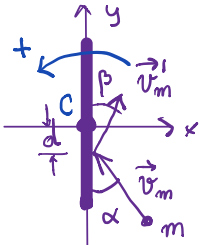


Compito Scritto 31 agosto 2020

Meccanica 1

(a) Conservazione del momento lineare, $\vec{p}_i = \vec{p}_f$



$\beta = \alpha = 30^\circ$ $\vec{V} = (V_x, V_y)$ è la velocità di M dopo l'urto.

$$p_{ix} = -m v_m \sin \alpha, \quad p_{fx} = m v_m' \sin \alpha + M V_x$$

$$p_{iy} = +m v_m \cos \alpha, \quad p_{fy} = m v_m' \cos \alpha + M V_y$$

$$\begin{cases} p_{ix} = p_{fx} \\ p_{iy} = p_{fy} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = -\frac{m}{M} \sin \alpha (v_m + v_m') \\ V_y = \frac{m}{M} \cos \alpha (v_m - v_m') \end{cases}$$

$$\frac{m}{M} = \frac{1}{20}, \quad v_m' = \frac{v_m}{5} \Rightarrow \begin{aligned} V_x &= -\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{2} v_m \left(1 + \frac{1}{5}\right) = -\frac{3}{100} v_m \\ V_y &= +\frac{1}{20} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} v_m \left(1 - \frac{1}{5}\right) = +\frac{\sqrt{3}}{50} v_m \end{aligned}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \frac{\sqrt{21}}{100} v_m$$

$$\begin{aligned} V_x &= -15 \text{ km/h} \\ V_y &= 17.3 \text{ km/h} \\ V &= 22.9 \text{ km/h} \end{aligned}$$

Numericamente $v_m = 500 \text{ km/h} \Rightarrow$

(b) Conservazione del momento angolare rispetto C, $\vec{L}_i^C = \vec{L}_f^C$

Direzione z (uscite dal foglio) positiva

$$\begin{cases} L_i^C = m v_m \sin \alpha \cdot d \\ L_f^C = -m v_m' \sin \alpha \cdot d + I_C \omega \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{m \cdot \sin \alpha \cdot d (v_m + v_m')}{I_C}$$

$$= \frac{12 m}{M} v_m \cdot \sin \alpha \cdot \frac{d}{L^2} \left(1 + \frac{v_m'}{v_m}\right)$$

$$I_C = \frac{M L^2}{12}$$

$$= \frac{9}{25} \frac{d}{L^2} v_m$$

Numericamente $\omega = 0.043 \text{ s}^{-1} = 2.5^\circ/\text{s}$

(c) variazione di energia cinetica

$$K_i = \frac{1}{2} m v_m^2$$

$$K_f = \frac{1}{2} m v_m'^2 + \frac{1}{2} I_C \omega^2 + \frac{1}{2} M V^2 =$$

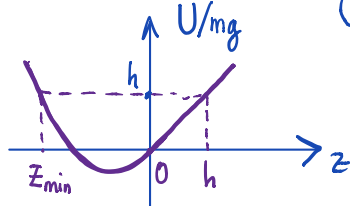
$$= \frac{1}{2} m v_m'^2 + \frac{1}{2} k m \frac{L^2}{12} \omega^2 + \frac{1}{2} k m V^2 \quad (k = M/m = 20)$$

$$\Rightarrow \frac{K_f}{K_i} = \frac{v_m'^2 + k \omega^2 L^2 / 12 + k V^2}{v_m^2} = \frac{1}{25} + k \left[\frac{1}{12 \cdot 25} \left(\frac{d}{L} \right)^2 + \frac{21}{100} \right] \approx 0.09$$

[urto non elastico]

Meccanica 2

(a)

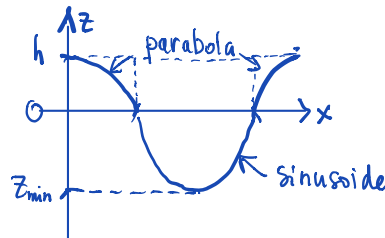


$$U(z) = \begin{cases} mgz & , z > 0 \\ mgz + \frac{1}{2}kz^2, & z < 0 \end{cases}$$

c'è un'altra soluzione ma è positiva

(b) $mg h = mg z_{\min} + \frac{1}{2} k z_{\min}^2 \Rightarrow z_{\min} = -\frac{mg}{k} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2hk}{mg}} \right) = \underline{-0.66 \text{ m}}$

(c) Per il genitore fermo è una traiettoria rettilinea verticale ;
per il genitore in moto la traiettoria è una combinazione di rami di parabola e sinusoida:

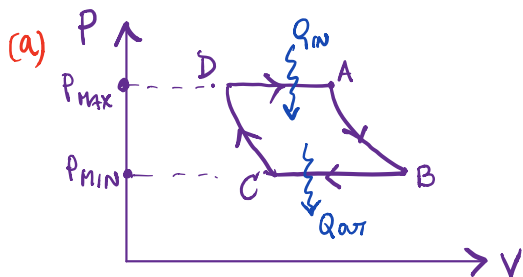


(d) Il bambino esegue un moto armonico semplice attorno alla coordinata di equilibrio $z_{eq} = -mg/k$ con ampiezza data da

$$A = 2 |z_{\min} - z_{eq}| = 2 \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2hk}{mg}} = \underline{1.06 \text{ m}}$$

e frequenza $\omega = \sqrt{k/m} = \underline{8.7 \text{ rad/s}}$

Termodinamica



AB: adiabatica reversibile
 BC: isobara reversibile
 CD: adiabatica reversibile
 DA: isobara reversibile

(b) $\eta = 1 - \frac{|Q_{OUT}|}{Q_{IN}} = 1 - \frac{T_B - T_C}{T_A - T_D} = 1 - \frac{P_{MIN}}{P_{MAX}} \cdot \frac{V_B - V_C}{V_A - V_D}$;

$P_{MAX} V_A^\gamma = P_{MIN} V_B^\gamma$
 $P_{MIN} V_C^\gamma = P_{MAX} V_D^\gamma$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{P_{MIN}}{P_{MAX}} \cdot \frac{V_B - V_C}{\left(\frac{P_{MIN}}{P_{MAX}}\right)^{1/\gamma} (V_B - V_C)} = 1 - \left(\frac{P_{MIN}}{P_{MAX}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

con $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{7}{5}$.

$P_{MIN} = 10^5 \text{ Pa} ; P_{MAX} = \frac{mg}{Area} + P_{MIN} = 1.98 \times 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow \frac{P_{MIN}}{P_{MAX}} \approx 0.5$

$\Rightarrow \eta = 1 - 0.5^{2/5} \approx 0.18$

(c) $\int \frac{\delta Q}{T} = 0$ lungo AB e CD ;

$$\int_{BC} \frac{\delta Q}{T} = n C_P \ln \frac{T_C}{T_B} = 5 \times \frac{7}{2} R \ln \frac{9}{10} = -15.3 \text{ J/K}$$

$$\int_{DA} \frac{\delta Q}{T} = n C_P \ln \frac{T_A}{T_D} = 5 \times \frac{7}{2} R \ln \frac{10}{9} = +15.3 \text{ J/K}$$

