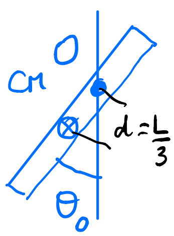
1. Si conserva l'energia cinetica e il momento angolare rispetto O.

Calcolo del momento di inerzia rispetto l'asse O:

$$I_O = I_{cm} + M d^2 = \frac{ML^2}{12} + M\left(\frac{L}{3}\right)^2 = \frac{7}{36} M L^2$$

Velocità dell'omino sulla verticale dalla conservazione dell'energia:



$$\begin{cases} E_i = 0 \\ E_f = \frac{1}{2} I_O \omega_0^2 - Mg \cdot \frac{L}{3}(1-\cos\vartheta_0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_0^2 = \frac{24}{7}\frac{g}{L}(1-\cos\vartheta_0)$$

Conservazione del momento angolare e dell'energia cinetica durante l'urto elastico:

$$\begin{cases} I_O \omega_0 = I_O \omega' + m v \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{3}\right) \\ \frac{1}{2} I_O \omega_0^2 = \frac{1}{2} I_O \omega'^2 + \frac{1}{2} m v^2 \end{cases}$$

(v è la velocità della pallina dopo l'urto, ω' quella dell'omino)

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{7ML^2}{36}(\omega_0^2 - \omega'^2) = m v^2 \\ \frac{7}{30} ML(\omega_0 - \omega') = m v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 + \omega' = \frac{6}{5}\frac{v}{L} \\ \omega_0 - \omega' = \frac{30}{7}\frac{m}{M}\frac{v}{L} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \omega' &= \omega_0 \left(\frac{7M-25m}{7M+25m}\right) = \left(\frac{7M-25m}{7M+25m}\right)\sqrt{\frac{24}{7}\frac{g}{L}(1-\cos\vartheta_0)} \\ v &= \frac{35L}{3}\left(\frac{M}{7M+25m}\right)\sqrt{\frac{24}{7}\frac{g}{L}(1-\cos\vartheta_0)} \end{aligned}}$$

Nella risalita dell'omino si usa ancora la conservazione dell'energia:

$$\begin{cases} E_i = \frac{1}{2} I_O \omega'^2 \\ E_f = Mgd(1-\cos\vartheta_F) = E_i \end{cases}$$

(ϑ_F è l'angolo di risalita max).

$$\Rightarrow \boxed{\cos\vartheta_F = 1 - \left(\frac{7M-25m}{7M+25m}\right)^2 (1-\cos\vartheta_0)}$$

Piccole ampiezze ($\to$ moto armonico semplice) se

$7M \approx 25m$

per cui si ha il pendolo fisico con equazione di moto

$$\tau_0 = Mgd \operatorname{sen}\theta = -I_0 \ddot{\theta} = -\frac{7}{36} ML^2 \ddot{\theta} \approx Mg\frac{L}{3}\theta$$

$\Rightarrow$ pulsazione $= \sqrt{\frac{12}{7}\frac{g}{L}}$, $\boxed{\text{periodo } T = \pi\sqrt{\frac{7}{3}L/g}}$

numericamente $T \simeq 0.15\,s$

$\boxed{\text{Il caso } m = 12g,\ M = 40g \text{ e } \theta_0 = 90^\circ \text{ è tale che } \cos\theta_F \sim 1 \text{ entro una parte su } 1000.}$

---

(2) Condizione di equilibrio (nel riferimento non inerziale del camion in direzione orizzontale)

$$\begin{cases} ma = -ma_T + T + F_A = 0 \\ I\dot{\omega} = -RT + RF_A = 0 \end{cases} \Rightarrow T = F_A$$

$\Rightarrow ma_T = 2T = 2F_A \leq 2\mu_s mg$ (assenza di slittamento)

$$\Rightarrow \boxed{a_T \leq 2\mu_s g}$$

Rottura della fune e rotolamento puro

$$I\dot{\omega} = RF_A \quad , \quad a = \dot{\omega}R$$

$\Rightarrow ma = ma_T - F_A = ma_T - Ia/R^2$ (proiettata verso « sinistra »)

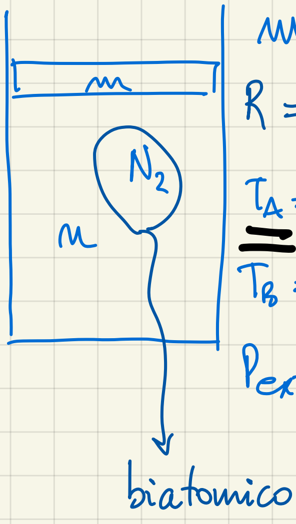
$\Rightarrow a = \frac{a_T}{m + I/R^2}$; si ottiene $I = \frac{m}{2}(R^2 + r^2)$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{2a_T}{3 + (r/R)^2} = \frac{2a_T}{3 + (\frac{1}{3})^2} = 1{,}23\,m/s^2} \text{ (numerico)}$$

e $\boxed{v = \sqrt{2aL} = 5.4\,m/s}$.

Il lavoro è nullo (rotolamento puro).

ESERCIZIO 3



$m = 5\ kg$
$R = 30\ cm$
$T_A = 15°C$
$T_B = 10°C$
$P_{ext} = 99\ kPa$

a) $nRT_A = P_A V_A$

$$\underline{\underline{P_A}} = P_{ext} + \frac{mg}{S} = 99\ kPa + \underbrace{\frac{5 \times 9.8}{\pi \times 0.09}\,Pa}_{173\,Pa} = 99.2\ kPa$$

$Q_{AB} = 0$

$$W_{AB} = -nC_V(T_B - T_A) = nC_V(T_A - T_B) > 0$$

$$\boxed{n = \frac{W_{AB}}{C_V(T_A - T_B)}} = \frac{80}{\frac{5}{2} \times 8.314 \times 5}\ mol = \boxed{0.77\ mol}$$

$$\underline{\underline{V_A}} = \frac{nRT_A}{P_A} = \frac{0.77 \times 8.314 \times 288.15}{99173} = 18.6\ \ell$$

b) $A \to B$ adiab. rev. $\qquad T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$

$$\boxed{V_B = V_A\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} = V_A\left(1.0177\right)^{5/2} = 1.045\,V_A = \boxed{19.4\ \ell}$$

c) $V_c = V_B \rightarrow$ isocora irrev.

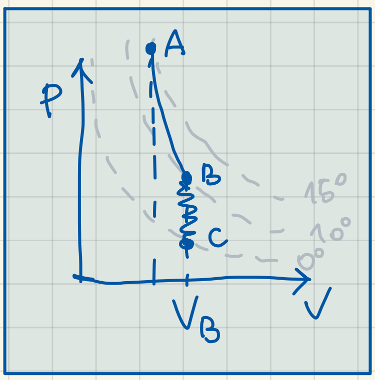
$Q_{BC}^{gas} = nC_V(T_C - T_B)$ // Scambio termico $\quad Mix \xrightarrow{Q} N_2$

$Q_{Mix} = \lambda_f \Delta m$ $\qquad Q_{BC}^{gas} = -Q_{Mix}$

$$\boxed{\Delta m = \frac{nC_V(T_B - T_C)}{\lambda_f}} = \frac{0.77 \times 2.5 \times 8.314 \times 10}{333000} = \boxed{480\ mg}$$ massa digh. sciolta

gas n, $V_c = V_B$, $T_c = 0°C$, $P_c = \frac{nRT_c}{V_c}$ // $m_g = 399.5\ g$, $m_a = 100.5\ g$

d)



e)

$$\boxed{\Delta S_{AB}^{gas} = \Delta S_{AB}^{uni} = 0}$$

$$\boxed{\Delta S_{BC}^{gas} = nC_V \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) = -0.575\ J/K}$$

$$\boxed{\Delta S_{BC}^{uni} = nC_V \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) + \frac{\lambda_f \Delta m}{T_c} = +10\ mJ/K}$$