Cinematica del punto materiale in una dimensione

(come si muovono le cose con estensioni trascurabili rispetto i loro spostamenti).

dov'è qualcosa rispetto qualcos'altro

- leggi orarie (diario delle posizioni – ma non solo – in funzione del tempo).

- caso 1-DIM (basta una grandezza, "coordinata", a rappresentare la posizione del punto)

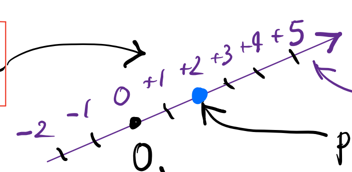
→ di solito è un moto rettilineo

→ serve una direzione nello spazio e un "righello" che calibra le misure

primo esempio di sistema di riferimento !

sistema di coordinate

IMPORTANZA delle UNITÀ di MISURA



← misura

retta orientata

punto nella posizione x assegnata

origine

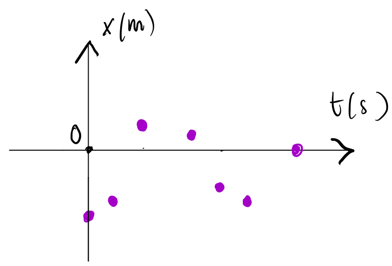
Al variare dell'origine cambiamo le coordinate

- legge oraria della posizione assegnata in modo

(a) tabulare (numerico)

t (s)	x (m)
0	-2.5
0,5	-2
1	+1
2	0,5
2.5	-1,5
3	-2
4	0

(b) grafico



(c) analitico

per esempio

$x = 2t + 6$

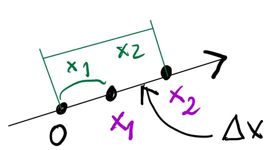
$x = -\sqrt{t+1}$

$x = \cos 2t$

...

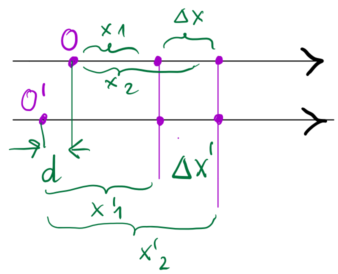
NB: attenzione alle dimensioni !

- Idea di "spostamento" ("strada" fra due posizioni) :



$\Delta x = x_2 - x_1$

NB1 lo spostamento non dipende dall'origine delle coordinate:



$\Delta x = x_2 - x_1$

$\Delta x' = x'_2 - x'_1$ le coordinate cambiano

$$\boxed{\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + d \\ x'_2 &= x_2 + d \end{aligned}}$$

$\Rightarrow \boxed{x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1}$ ma non lo spostamento!

NB2
lo spostamento ha un SEGNO!

Ci si occuperà di trasformazioni fra sistemi di riferimento più avanti.

- Bisogno e richiesta di introdurre una misura rigorosa (e operativa) del "ritmo di percorrenza" di un dato percorso o di una certa strada.

  Deve essere anche un'idea INTUITIVA

Velocità media associata allo spostamento Δx nell'intervallo di tempo Δt

$$\boxed{v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

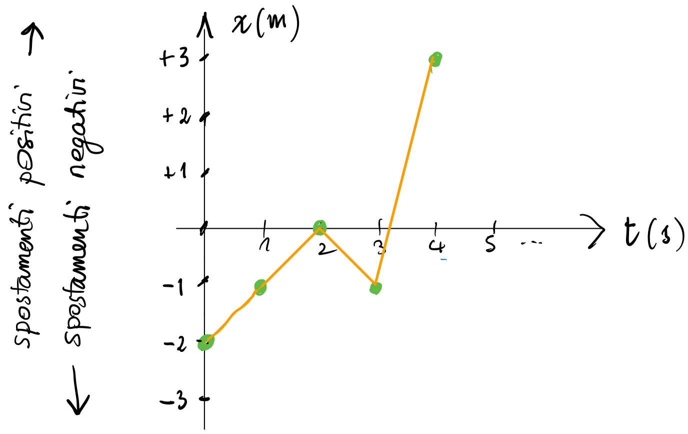
Ha le dimensioni di $\frac{\text{lunghezza}}{\text{tempo}}$; $[v] = \frac{[L]}{[T]} = [L\,T^{-1}]$

e, nel Sistema Internazionale, si misura in m/s.

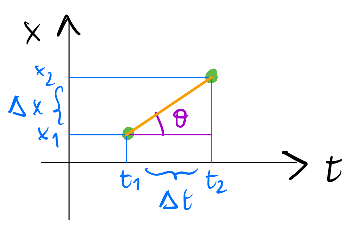
A questo punto la tabella* tempo–posizione diventa molto utile

(*) e il grafico

$t(s)$	$x(m)$	$\Delta x\ (m)$	$\Delta t(s)$	$v_m(m/s)$
⋮	⋮			
0.0	-2.0	$-1-(-2)=+1.0$	1.0	1.0
1.0	-1.0	$0-(-1)=+1.0$	1.0	1.0
2.0	0.0	$-1-0=-1.0$	1.0	-1.0
3.0	-1.0	$3-(-1)=+4.0$	1.0	+4.0
4.0	+3.0			
⋮	⋮			



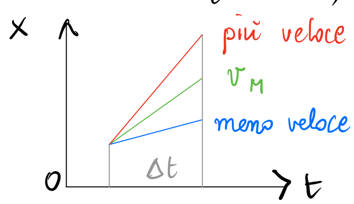
La definizione di v_M e il buon senso ci dicono che la velocità media è proporzionale alla pendenza del segmento che congiunge i due punti selezionati nel grafico $x(t)$

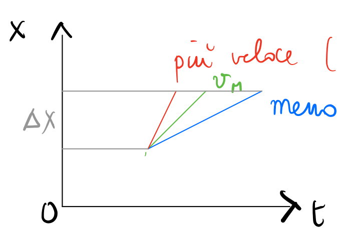


pendenza geometrica

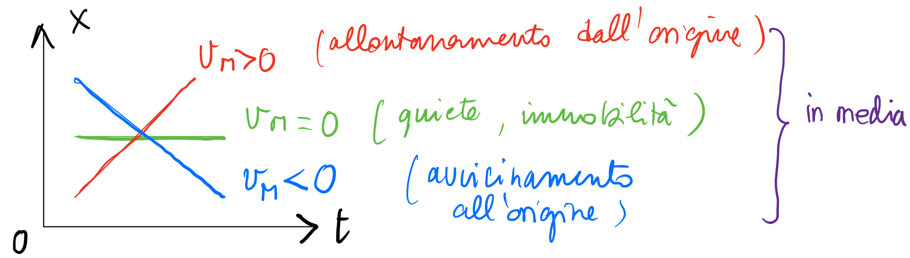
$$\boxed{tg\,\vartheta \propto \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_M}$$

- INTUITIVAMENTE (ancora)





> Come lo spostamento, anche la velocità ha un segno!



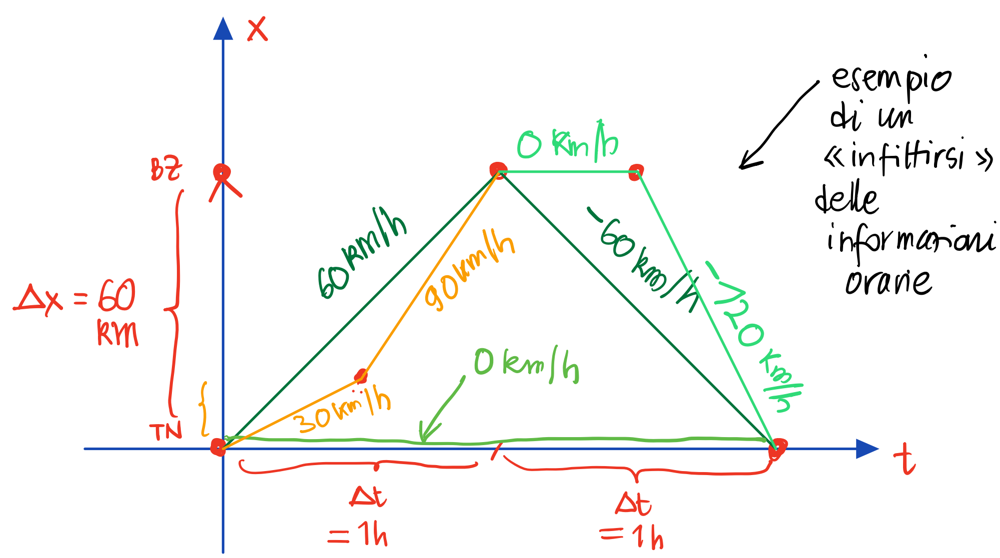
- **Sono tutte affermazioni e considerazioni che valgono per quel particolare sistema di riferimento e IN MEDIA.**

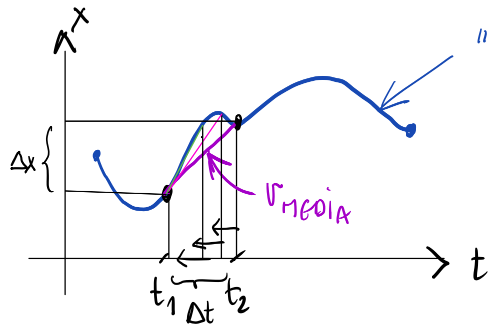
Domanda molto sensata: cosa succede fra due posizioni occupate dal punto in istanti distinti?

Risposta: NON SI SA (o si fa a finta di non saperlo).

Serve più "risoluzione temporale" per conoscere con (sempre) maggiore dettaglio la storia cinematica del punto.

- **Passaggio dalla velocità MEDIA alla velocità ISTANTANEA**





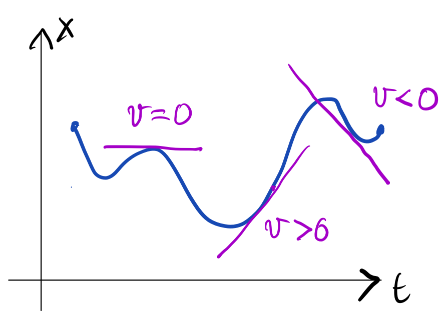
"vera" legge oraria del punto
(curva continua, assegnata istante per istante)

Il dettaglio cresce per $\Delta t \to 0$; si definisce la velocità (istantanea) in un dato istante di tempo come limite della velocità media quando $\Delta t \to 0$

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} v_M = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

Formalmente

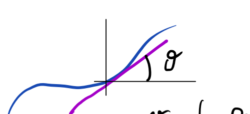
$v = \dfrac{dx}{dt}$, è la derivata della curva che rappresenta la legge oraria $x(t)$.



← è la pendenza della retta tangente alla curva $x(t)$

[come ci si aspetta da una derivata]

ovvero



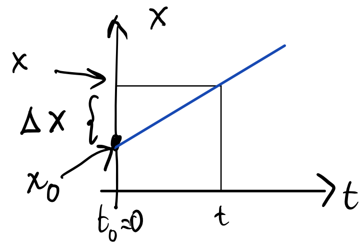
$v = \operatorname{tg} \theta$

la velocità è numericamente data dalla tangente dell'angolo della retta tangente alla curva oraria $x(t)$.

NB si scrive anche $\dfrac{dx}{dt} = \dot{x}$

e si legge « x punto »

Se la velocità è costante $\Rightarrow$ $v = v_{MEDIA} = \Delta x / \Delta t$



preso $\Delta t = t - t_0 = t$ $(t_0 = 0)$

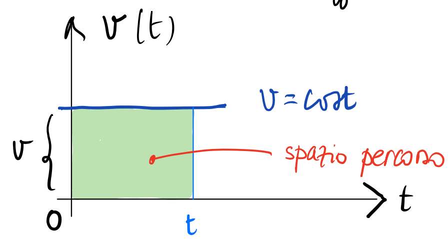
e $\Delta x = x - x_0$ è

$$v = \frac{x - x_0}{t} \Rightarrow x = x_0 + vt$$

NB $\frac{dx}{dt} = v$

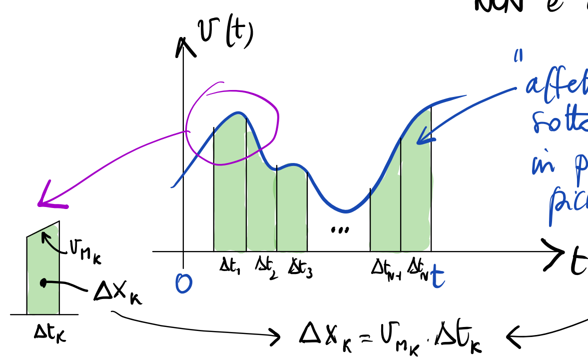
Questo è un esempio di $\boxed{\text{MOTO (rettilineo) UNIFORME}}$

Grafico della velocità (legge oraria della velocità costante)



NB: l'area in verde è $v \cdot t = x - x_0$ $\boxed{\text{spazio percorso a partire da } x_0 \text{, ovvero lo spostamento}}$

È un risultato valido in generale, anche se la velocità NON è costante



"affettamento" dell'area sotto la curva $v(t)$ in pezzi sufficientemente piccoli che è possibile scrivere per ciascuno

$v \simeq v_{MEDIA}$

[perché la velocità è essenzialmente costante]

$$\Delta x_K = v_{M_K} \cdot \Delta t_K$$

Spostamento totale: somma degli spostamenti $\Rightarrow$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_N =$$

$$= \sum_k \Delta x_k = \sum_k v_{M_k} \Delta t_k$$ = area totale (con approssimazione crescente con N)

Nel limite $N \to \infty$ la somma diventa un integrale :

$$\Delta x = x - x_0 = \int_0^t v(t')\,dt'$$

NB Attenzione alla «variabile muta» di integrazione

ovvero $$\boxed{x = x_0 + \int_0^t v(t')\,dt'}$$

Questo risultato è consistente con la relazione $v = \frac{dx}{dt}$.

NB se $\boxed{v = \text{cost}}$ $\Rightarrow$ $x = x_0 + \int_0^t v\,dt' = x_0 + v\int_0^t dt' = x_0 + vt$

[infatti]

Se la velocità non è costante si parla di accelerazione come di sua variazione nel tempo.