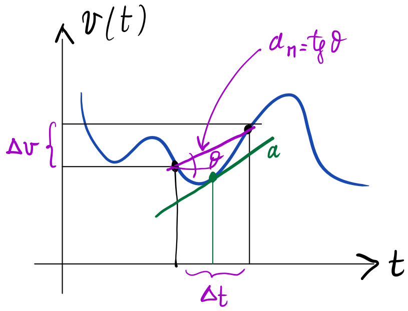
Si parla di ACCELERAZIONE (in 1-DIM)

MEDIA, $a_M = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

ISTANTANEA, $a = \lim\limits_{\Delta t \to 0} a_M = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{dv}{dt} = \dot{v}$

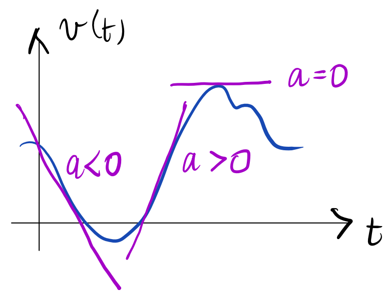


a_M è la pendenza ($\mathrm{tg}\,\theta$) del segmento che congiunge le due posizioni del punto.
a è la pendenza della retta tangente nell'istante considerato

NB Si può scrivere che $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ (derivata II di $x(t)$)

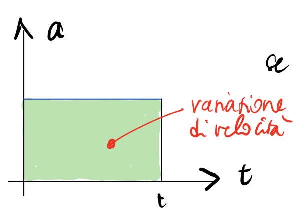
- → Lettura dei grafici orari

NB Non esistono in fisica "decelerazioni" ma, in caso, accelerazioni negative.



- → Caso di accelerazione costante ($a = \text{cost}$):
  moto (rettilineo) uniformemente accelerato (o vario)

[similitudine con la procedura già vista per il caso $v = \text{cost}$]



se $a = \text{cost} = a_M = \dfrac{v - v_0}{t}$ (preso $t_0 = 0$ e $v(t = t_0) = v_0$)

$\Rightarrow \boxed{v = v_0 + at}$

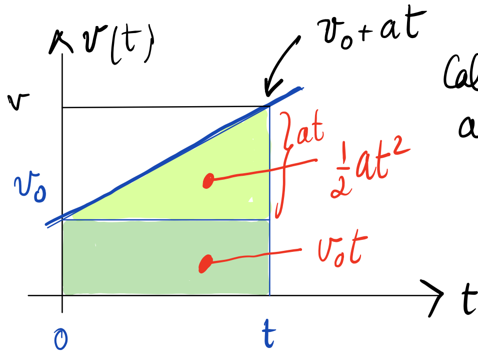
NB $\dfrac{dv}{dt} = a$

La velocità (la sua variazione dal valore iniziale v_0) è l'AREA del grafico $a(t)$ (del rettangolo di base t e altezza a : $v - v_0 = at$).

- → Legge oraria $x(t)$ per il moto uniformemente accelerato:

$$\boxed{x = x_0 + \int_0^t v\,dt' = x_0 + \int_0^t [v_0 + at']\,dt' = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$$

Lo stesso risultato lo si ottiene anche per via grafica:



Calcolo di $\Delta x = x - x_0$ come area sottesa dal grafico di $v(t)$:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 .$$

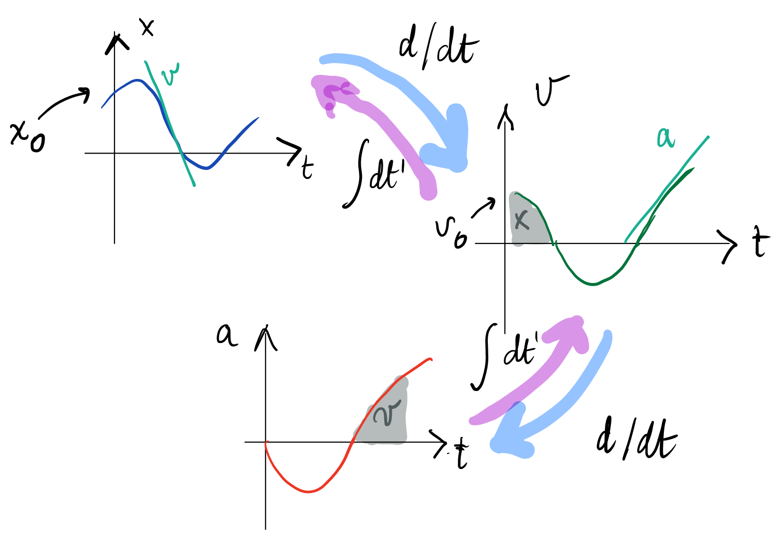
- → Si può considerare il caso generale con $a \neq \text{cost}$ (moto generalmente vario)

Vale ancora che $a = \frac{dv}{dt}$ → $\boxed{v = v_0 + \int_0^t a \, dt'}$

Data a si ottiene v (per integrazione, specificando v_0)

Data v si ottiene x (per integrazione, specificando x_0).

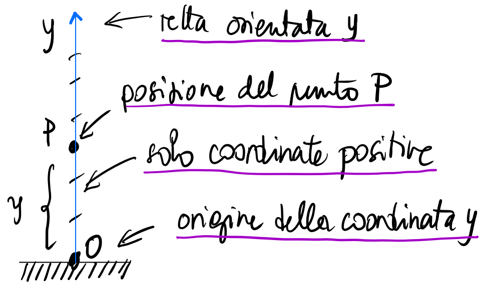
- → Collegamento generale fra i grafici delle leggi orarie [d/dt : derivazione, $\int dt'$: integrazione]



Due esempi di cinematica 1DIM

A

Punto materiale accelerato uniformemente dalla gravità: valore dell'accelerazione $a = 9.8\ m/s^2$, la indichiamo con g.



Si sa che a è data, costante, e sempre negativa, ovvero $\Delta v < 0$ in ogni istante del moto.

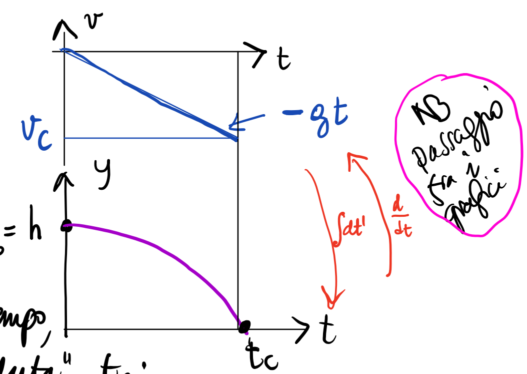
Si scrivono le leggi orarie:

$$\boxed{\begin{aligned} a &= -g \quad (\text{è negativa!}) \\ v &= v_0 + at = v_0 - gt \quad (\text{dunque } \Delta v = -gt < 0) \\ y &= y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 = y_0 + v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2 \end{aligned}}$$

Si specificano v_0 e y_0 in funzione del particolare caso in esame.

Per esempio: si lascia cadere il punto dalla quota $y_0 = h$ da fermo ($v_0 = 0$)

$$\Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} v &= -gt \\ y &= h - \tfrac{1}{2} g t^2 \end{aligned}}$$



La velocità aumenta (in valore assoluto); la quota diminuisce quadraticamente nel tempo, $y = 0$ (arriva al suolo) nel tempo di "caduta" t_c:

$$h - \tfrac{1}{2} g t_c^2 = 0 \iff t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{con velocità} \quad v(t = t_c) = v_c = -g t_c = -\sqrt{2gh}$$

NB $\boxed{\text{CONTROLLARE LE DIMENSIONI SEMPRE!}}$

Ⓒ Doppio lancio [verticale] di due punti con eguali velocità iniziali e soggetti alla stessa accelerazione (g) ma intervallati di un tempo t_D. . .

Interessa l'istante, quota e velocità di incontro, se esiste.

legge oraria dell'oggetto I
$$y_I = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$v_I = v_0 - g t$$

legge oraria dell'oggetto II
$$y_{II} = v_0 (t - t_D) - \frac{1}{2} g (t - t_D)^2$$
$$v_{II} = v_0 - g (t - t_D)$$

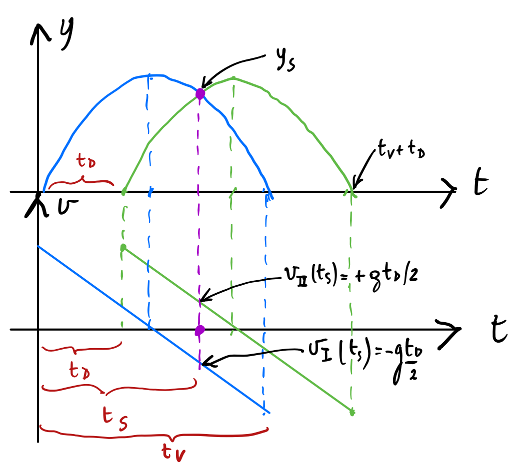
NB: spostamento dell'origine dei tempi.

Soluzione formale e analitica: il tempo di incontro si ricava imponendo che le quote siano eguali in $t = t_S$:
$$y_I(t_S) = v_0 t_S - \frac{1}{2} g t_S^2 = y_{II}(t_S) = v_0 (t_S - t_D) - \frac{1}{2} g (t_S - t_D)^2$$

Eseguendo i passaggi si ottiene $\quad t_S = t_D/2 + v_0/g$.
Sostituendo per le quote e velocità si ricavano i valori
$$y_S = y_I(t_S) = y_{II}(t_S) = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{1}{8} g t_D^2 \,,$$
$$v_I(t_S) = -\frac{g t_D}{2} \,, \quad v_{II}(t_S) = +\frac{g t_D}{2}$$

NB: c'è incontro se
$y_S > 0 \Leftrightarrow t_D < 2v_0/g = t_v$
con $2v_0/g$ = tempo di volo, t_v

Soluzione per via grafica



dal disegno
$$t_S = \frac{t_v + t_D}{2} = \frac{v_0}{g} + \frac{t_D}{2}$$