FORZE di ATTRITO

Sono forze di complessa origine su scala microscopica e, alla fine, strettamente legate al comportamento degli atomi dei materiali a contatto.

Ci si interessa dei casi di attrito RADENTE (contatto materiale fra parti solide che possono strisciare una sull'altra).

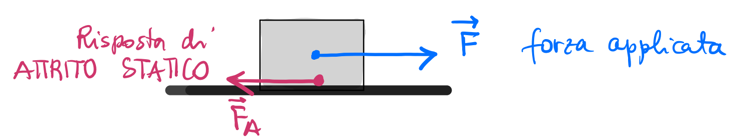
Sono utilizzate delle leggi empiriche e approssimate secondo le quali

- le forze di attrito dipendono linearmente dalla compressione fra le parti;
- le forze di attrito non dipendono dall'estensione delle parti a contatto;
- le forze di attrito non dipendono dalla velocità relativa di strisciamento.

[Leggi di Coulomb sull'attrito radente]

Casi di quiete relativa fra le parti → ATTRITO (RADENTE) STATICO
casi di moto relativo fra le parti → ATTRITO (RADENTE) CINETICO

NB in realtà gli attriti non hanno significato per PUNTI materiali!



L'attrito statico è tale da equilibrare la forza applicata, per cui si ha la condizione di equilibrio

$$\vec{F}_A + \vec{F} = 0$$

[in modulo $F_A = F$ per qualunque valore di F].

La forza di attrito statico «si accende» in presenza di una sollecitazione di contatto radente ed è data in modulo dal valore di questa stessa sollecitazione.

C'è un valore MASSIMO che l'attrito statico può esprimere, superato il quale le parti in contatto devono iniziare a muoversi visto che è terminato lo stato di equilibrio statico.

La forza di attrito statico MASSIMA risulta sperimentalmente e con buona approssimazione proporzionale al valore della forza di reazione vincolare nel punto di contatto, con coefficiente di proporzionalità che dipende solo dai materiali in interazione.

Il valore della massima forza di attrito statico è dato da

$$\boxed{F_{A,MAX} = \mu_S N}$$

dove N è l'intensità della reazione normale nel punto di contatto e μ_S è il coefficiente (adimensionale) di attrito statico, funzione dei materiali e dal tipo della lavorazione.

• → Quando si supera la condizione limite di massimo attrito statico, l'oggetto abbandona la quiete e nasce moto relativo di strisciamento fra le parti in contatto, descritte da un modello ideale di

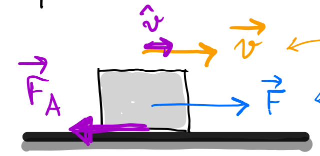
ATTRITO CINETICO (o DINAMICO)

di intensità $F_A = \mu_c N$ dove N è il modulo della reazione normale al punto di contatto

$\boxed{\text{Coefficiente di attrito cinetico, sempre minore di } \mu_s}$

e direzione opposta a quella del moto dell'oggetto, $\vec{F}_A = -\hat{v} F_A$

forza di attrito radente cinetico



← velocità risultante

← forza esterna applicata (se c'è)

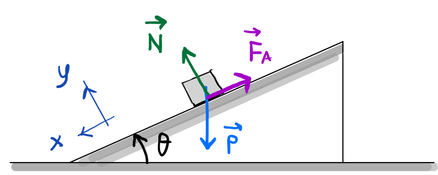
L'equazione del moto è

se c'è

$$\vec{F}_{TOT} = \vec{F} + \vec{F}_A = m\vec{a} \Rightarrow ma = F - F_A = F - \mu_c N = F - \mu_c mg$$

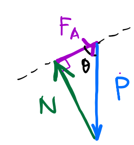
$$\Rightarrow a = \frac{F}{m} - \mu_c g$$

$\boxed{\text{Esempio : moto lungo un piano inclinato ruvido}}$



Condizione di equilibrio (con attrito statico, assenza di moto): $\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_A = 0$

è un triangolo di forze:



soluzione statica → $\begin{cases} F_A = P \sin\theta \\ N = P\cos\theta \end{cases}$

Perché l'attrito statico sia in grado di trattenere l'oggetto deve risultare

$$F_A = P\sin\theta \le \mu_s N = \mu_s P \cos\theta$$

▶ $\boxed{\tan\theta \le \mu_s}$ ◀ condizione per l'equilibrio statico.

Se si supera l'angolo limite θ_s tale che $\tan\theta_s = \mu_s$ subentra il regime di attrito cinetico (minore di quello statico massimo perché $\mu_c < \mu_s$) e dunque inizia il moto regolato dall'equazione

$$\vec{F} = \vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_A = m\vec{a}$$

lungo x (parallelamente al piano inclinato) $mg\sin\theta - F_A = ma$, $F_A = \mu_c N$

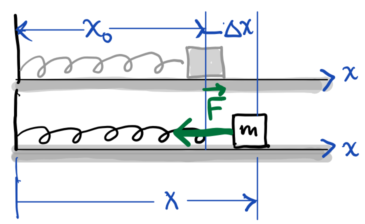
lungo y : $N = mg\cos\theta$ $\Rightarrow a = g\sin\theta - \mu_c g\cos\theta = g(\sin\theta - \mu_c\cos\theta)$.

Data l'accelerazione, se si conoscono le condizioni cinematiche iniziali si determinano subito le leggi orarie (è un moto uniformemente accelerato):

$$v = v_0 + at, \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Moto armonico semplice

Si usa una molla ideale (di Hooke) e una massa puntiforme su un piano orizzontale (liscio)



Moto rettilineo unidimensionale

Deformazione Δx ⇒ forza di richiamo

Equazione del moto $\vec{F} = m\vec{a}$, dove

$$\boxed{F = -k\Delta x = -k(x-x_0)}$$

Posta l'accelerazione $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ ⇒ equazione del moto $\boxed{m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x-x_0)}$

E' un'equazione del moto con l'espressione della forza NON costante (dipende dal valore della coordinata). E' comunque esattamente risolubile: si tratta di un'equazione differenziale al II ordine di I grado non omogenea a coefficienti costanti, del tipo

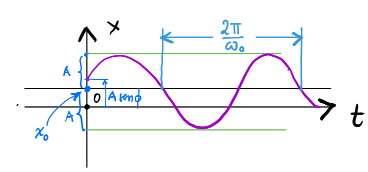
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2(x-x_0) = 0 \qquad \text{dove si è posto} \quad \omega_0 = \sqrt{k/m}$$

Approccio «concreto» al problema matematico: si cerca una soluzione ragionevole, se funziona dev'essere anche l'unica (grazie al teorema di esistenza e unicità).

Intuitivamente: la forza ↔ l'accelerazione è sempre proporzionale e opposta alla deformazione, cioè allo spostamento rispetto la coordinata di «riposo» o equilibrio $x = x_0$. Per cui ci si immagina qualche tipo di oscillazione attorno a questa coordinata.

Soluzione «di prova» oscillazione sinusoidale ("armonica") di $\Delta x = x - x_0$:

$$x = x_0 + \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \sin\overbrace{(\underbrace{\omega_0}_{\text{pulsazione}} t + \underbrace{\phi}_{\text{fase iniziale}})}^{\text{fase}}$$



Verifica della «scommessa»: $\frac{dx}{dt} = \omega_0 A\cos(\omega_0 t+\phi)$, $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 A\sin(\omega_0 t+\phi) = -\omega_0^2(x-x_0)$

per cui la soluzione è valida: il moto è armonico semplice con pulsazione $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ e dunque periodo $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

I parametri A e ϕ vengono fissati con condizioni «iniziali», per esempio

$$\left.\begin{aligned} x_i &= x(t=0) = x_0 + A\sin\phi \\ v_i &= v(t=0) = \frac{dx}{dt}(t=0) = \omega_0 A\cos\phi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} A\sin\phi &= x_i - x_0 \\ A\cos\phi &= v_i/\omega_0 \end{aligned} \Rightarrow A = \sqrt{(x_i-x_0)^2 + v_i^2/\omega_0^2},\ \operatorname{tg}\phi = \omega_0\left(\frac{x_i-x_0}{v_i}\right)$$