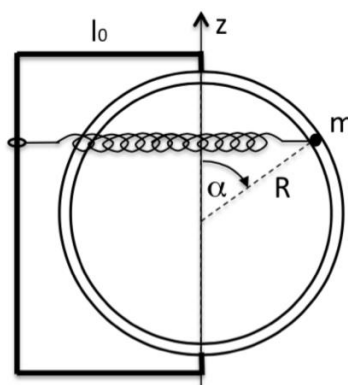
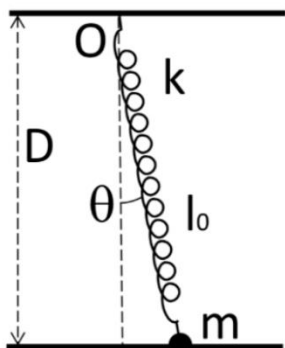


Esercizio 9

Una particella di massa $m = 2 \text{ kg}$ è vincolata a muoversi senza attrito su una guida circolare di raggio $R = 40 \text{ cm}$, contenuta in un piano verticale. La guida è sostenuta da una struttura di aste rigide complanari, come in figura. Una molla di costante elastica $k = 98 \text{ N/m}$, massa trascurabile e lunghezza a riposo l_0 collega la particella all'asta verticale posta a distanza l_0 dal centro della guida. La molla è agganciata all'asta tramite un anellino, anch'esso di massa trascurabile, che scorre senza attrito e che, tramite un opportuno dispositivo, viene mantenuto in ogni istante alla stessa quota della particella.



- Scrivere l'equazione del moto della particella lungo la guida, usando la coordinata α , e determinare i punti di equilibrio.
- Tracciare il grafico dell'energia potenziale in funzione dell'angolo α e discutere la stabilità dei punti di equilibrio (si noti che $2mg = kR$).
- Calcolare il periodo delle piccole oscillazioni attorno a ciascun punto di equilibrio stabile.
- Assumiamo adesso che l'intera struttura ruoti con una velocità angolare costante Ω attorno all'asse verticale z passante per il centro della guida. Scrivere l'equazione del moto e l'energia potenziale efficace della particella nel sistema di riferimento in rotazione. Discutere qualitativamente i casi $\Omega = \sqrt{k/m}$ e $\Omega = \sqrt{2k/m}$, confrontandoli con il caso $\Omega = 0$.
- Sia $\Omega = \sqrt{2k/m}$ e la particella si trovi inizialmente in $\alpha_0 = (2/3)\pi$ con velocità tangenziale v_0 . Quanto deve valere v_0 affinché la particella possa raggiungere rispettivamente il punto più basso e quello più alto della guida?



Esercizio 10

Una massa m è vincolata a muoversi sull'asse x , orizzontale. La massa è collegata a una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo l_0 , fissata in un punto a distanza D dall'asse x .

Si consideri $D \simeq l_0 \gg x$.

- Determinare le posizioni di equilibrio della massa e la loro stabilità al variare della quantità adimensionale $\lambda = l_0/D$.
- Determinare la frequenza per piccole oscillazioni in funzione di λ .