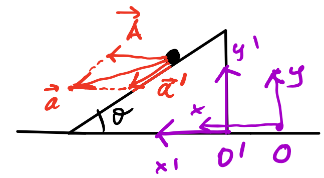
R

Cinematica dei moti relativi in traslazione

1. (a) Le accelerazioni del punto riferita al terreno ($\vec{a}$) e al piano inclinato ($\vec{a}\,'$) sono legate dalla trasformazione vettoriale

$$\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{A}$$



con componenti cartesiane

$$a_x = a'_x + A_x = a' \cos\theta + A$$
$$a_y = a'_y + A_y = -a' \sin\theta$$

e modulo $\quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a'^2 + A^2 + 2a'A\cos\theta}$.

Il vettore $\vec{a}$ è inclinato rispetto Ox dell'angolo $\alpha = \tan^{-1}\dfrac{a_y}{a_x} = -\dfrac{a'\,\mathrm{sen}\theta}{a'\cos\theta + A}$;

(b) per ottenere la velocità basta integrare l'accelerazione (che è costante):

$$\vec{v}(t) = \int_0^t \vec{a}(t')\,dt' = \vec{a}\cdot t \;;$$

si vede che $\vec{v}$ e $\vec{a}$ sono paralleli;

(c) $\quad \vec{r}(t) = \int_0^t v(t')\,dt' = \vec{r}_0 + \frac{1}{2}a t^2$ con componenti

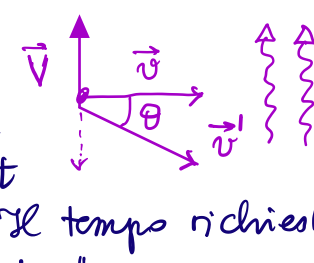
$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 = \frac{1}{2}a'\cos\theta\, t^2 + \frac{1}{2}At^2, \\ y(t) = h + \frac{1}{2}a_y t^2 = h - \frac{1}{2}a'\,\mathrm{sen}\theta\, t^2 . \end{cases}$$

Dalla $x(t)$ si ottiene subito t^2 che sostituito nella $y(t)$ dà la traiettoria,

$$y = -\frac{2a'\,\mathrm{sen}\theta}{a'\cos\theta + A}\,x + h \quad , \text{ cioè una retta.}$$

2. Conviene usare due riferimenti cartesiani, Oxy fissato al terreno e $O'x'y'$ solidale con la corrente del fiume.
Perché la zattera vada da Ovest a Est la sua velocità in Oxy deve essere nella direzione Ox; con la trasformazione di velocità galileiana

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{V}$$



da cui $\quad v = \sqrt{v'^2 - V^2} = 3.5$ km/h e la direzione di navigazione è verso Sud-Est secondo l'angolo $\theta = \tan^{-1} V/v \simeq 30°$. Il tempo richiesto per l'attraversamento è $t = \ell / v \simeq 8'\,34''$