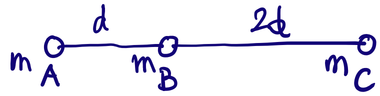
R

Gravitazione universale

1. 

Dal disegno $r_{AC} = 3r_{AB}$

e $F_{AC} = G\frac{m_A m_C}{r_{AC}^2}$, $F_{AB} = G\frac{m_B m_A}{r_{AB}^2}$

$$\Rightarrow \quad F_{AC} = F_{AB}\,\frac{m_B}{m_C}\cdot\left(\frac{r_{AB}}{r_{AC}}\right)^2 = \frac{4}{9}F_{AB} = 32\times10^{-6}\,\mathrm{N}$$

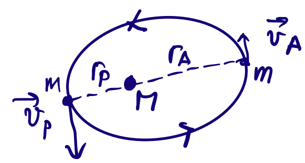
2. Le accelerazioni sono le stesse perché il campo gravitazionale va calcolato nel medesimo punto (quello dell'urto), essendo $|\vec{a}| = F/m = GM/R^2$

3. I rapporti di forza e di accelerazione sono gli stessi per un dato oggetto, per cui $F_{sole}/F_{Terra} = a_{sole}/a_{Terra} \sim 2.2$.

4. Si usano le $g = GM/R^2$ e $t = \sqrt{2H/g}$ $\Rightarrow$ $\frac{t_L}{t_T} = \sqrt{\frac{g_T}{g_L}} = \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}\cdot\frac{R_L}{R_T} \sim 2.5$

5. $E_K = \frac{1}{2}mv^2$; $F = G\frac{mM}{R^2} = ma = \frac{mv^2}{R}$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}mv^2 = E_K = \frac{GmM}{2R}$

6. Calcolo dell'energia totale nelle posizioni di massimo/minimo avvicinamento:



$$-\frac{GmM}{r_P} + \frac{1}{2}mv_P^2 = -\frac{GmM}{r_A} + \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Downarrow$$

$$v_P^2 = v_A^2 + 2GM\left(\frac{1}{r_P} - \frac{1}{r_A}\right) \;;$$

invarianza della velocità di area (II legge di Kepler)

$v_P r_P = v_A r_A$ (è la conservazione del momento angolare)

$$\Rightarrow v_A = v_P r_P / r_A \;\Rightarrow\; v_P = \sqrt{2GM\,\frac{r_A/r_P}{r_A + r_P}}$$

$$\Rightarrow E = U + E_K = -\frac{GmM}{r_P} + \frac{1}{2}mv_P^2 = -\frac{GmM}{r_A + r_P}\,.$$

7. Se $r_A = r_P = R \Rightarrow E = -\frac{GmM}{2R}$ ed $E_1 = -\frac{GmM}{2R}$, $E_2 = -\frac{GmM}{4R}$, $\Delta E = W = \frac{GmM}{4R}$
(dall'esercizio precedente)