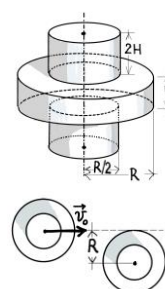


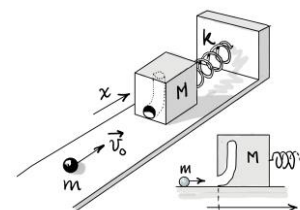
## CORSO di FISICA GENERALE I – esame scritto – 16 febbraio 2024

(1) Le astronavi di una flotta spaziale sono formate da una parte centrale cilindrica di un dato spessore e raggio  $R$  e da due torrette coassiali di altezza doppia rispetto allo spessore della base e di raggio pari alla sua metà, come schematizzato nel disegno. Si immagina che i tre cilindri siano omogenei e costituiti dallo stesso materiale e che la massa complessiva dell'astronave sia  $M$ . Due di queste astronavi, perfettamente identiche, sono in rotta di collisione: si trovano su uno stesso piano e una di esse procede di moto rettilineo uniforme con velocità  $v_0$  in un dato riferimento inerziale per incontrarsi con la seconda che è ferma in questo stesso riferimento. L'astronave ferma ha il suo centro che si trova alla distanza  $R$  dalla retta che sta percorrendo il centro della prima astronave nella sua rotta iniziale. Si sa anche che a partire dall'istante dell'incontro le due astronavi si uniscono immediatamente e perfettamente nel punto di contatto.



- Determinare il momento di inerzia di una singola astronave rispetto all'asse di rotazione comune dei cilindri che la costituiscono, esprimendo il risultato in funzione di  $M$  e di  $R$  soltanto.
- Descrivere dettagliatamente il moto delle astronavi unite nel riferimento inerziale che inizialmente vede ferma l'astronave "bersaglio", esprimendo in particolare le velocità di traslazione e rotazione (attorno a quale asse?) in funzione della velocità di collisione  $v_0$  e del raggio  $R$ .
- Si determini l'energia dissipata in seguito ai meccanismi che hanno unito le astronavi, esprimendo il risultato in funzione di  $v_0$  ed  $M$  e ottenere il corrispondente valore numerico quando  $M=15000$  kg,  $v_0=12$  m/s.
- Si consideri poi il caso di due astronavi che si uniscono come nel punto (b), solo che ora l'astronave incidente, oltre a traslare come prima, sta ruotando inizialmente attorno al suo asse centrale in senso antiorario con velocità angolare pari a  $8v_0/(5R)$  – mentre la seconda è ancora ferma prima dell'urto. Cosa succede in questa situazione?
- Anche in questo caso, si determini l'energia dissipata in seguito all'urto esprimendo il risultato in funzione di  $v_0$  ed  $M$  e ottenere il corrispondente valore numerico.

(2) Una massa puntiforme  $m$  si muove su un piano liscio orizzontale con velocità  $v_0$ . In  $x=0$  è presente un cubo di massa  $M$  fermo, dotato al suo interno di una guida liscia che, dopo una curva stretta iniziale a 90 gradi, diventa verticale. Il cubo è collegato a una molla ideale di costante elastica  $k$ , con l'altra estremità vincolata a una parete fissa. Il moto del cubo avviene unicamente lungo l'asse  $x$ . La massa puntiforme entra nella guida mettendo il cubo in moto. Data la brusca curvatura del tratto iniziale della guida, si può trascurare il tempo che la massa impiega a compiere questo tratto curvo rispetto a quello in cui la massa sale nella parte verticale della guida. Si consideri quindi un "prima" dell'entrata nella curva e un "dopo" il completamento di essa.



- Considerando l'interazione tra la massa puntiforme e il cubo come un urto, quali quantità fisiche sono conservate tra l'istante subito prima del contatto e quello subito dopo il completamento del tratto curvo della guida? Si motivi la risposta e si distinguano chiaramente grandezze scalari da quelle vettoriali.
- Scrivere le espressioni per le velocità orizzontali dei due corpi rispetto al centro di massa complessivo prima e dopo il loro contatto.
- Scrivere l'energia cinetica complessiva rispetto al centro di massa prima del contatto e mentre la massa puntiforme sale lungo il tratto di guida verticale, separando il contributo orizzontale da quello verticale.
- Descrivere il moto del cubo a seguito dell'urto.
- Quanto tempo la massa puntiforme permane all'interno della guida nel cubo?
- Dati i valori di  $m$ ,  $M$  e  $k$ , quale dev'essere la condizione su  $v_0$  affinché il cubo rimanga fermo a seguito della fuoriuscita della massa puntiforme?

(3) Si considerino  $n=0.08$  moli di ossigeno molecolare ideale che all'equilibrio, inizialmente, occupano il volume di 1.0 litri alla pressione di 2.8 bar. Vengono poi realizzate le seguenti trasformazioni in sequenza: (i) il gas si espande liberamente fino a un nuovo stato di equilibrio nel quale occupa un volume che è 3.2 più grande di quello iniziale; (ii) il gas viene raffreddato in modo reversibile senza modificare il suo volume finché, all'equilibrio, la sua temperatura è di 280 K; (iii) il gas viene ulteriormente raffreddato reversibilmente senza cambiare la sua pressione fino a uno stato di equilibrio a partire dal quale (iv) il gas è ricondotto senza scambi di calore e lentamente allo stato di partenza. Si sa che  $R=0.082 \text{ l atm/(mol K)}$  e che  $1 \text{ atm} = 1013 \text{ mbar}$ .

- a) Calcolare il calore totale scambiato e il lavoro totale svolto nel ciclo di trasformazioni sopra spiegato.
- b) Disegnare in dettaglio il ciclo in un diagramma PV.
- c) Calcolare la variazione di entropia totale del gas e quella dell'universo.
- d) Disegnare in dettaglio il ciclo in un diagramma TS.
- e) Spiegare perché il ciclo non può essere utilizzato per produrre lavoro e calcolare la quantità di lavoro che sarebbe invece ottenibile sostituendo l'espansione libera con una trasformazione isoterma reversibile che connette i medesimi stati iniziale e finale: si può ottenere il valore di questo lavoro utilizzando la variazione di entropia associata all'irreversibilità del ciclo originario?
- f) Calcolare il rendimento del ciclo reversibile del punto precedente e confrontarlo con quello di una macchina di Carnot che lo massimizza. Commentare il risultato.