

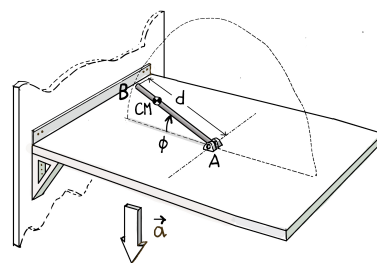
# CORSO di FISICA GENERALE I

Compito scritto – 15 luglio 2025

- 1) Un cilindro di sezione  $S=100 \text{ cm}^2$  e a tenuta termica perfetta è chiuso superiormente da un pistone liberamente scorrevole di massa  $M=3 \text{ kg}$ . Il cilindro è immerso in aria a pressione atmosferica ( $10^5 \text{ Pa}$ ) e contiene del gas monoatomico in equilibrio alla temperatura  $T_A=300 \text{ K}$ , con volume  $V_A=10$  litri in uno stato termodinamico A. Sul tappo, esternamente a esso, vengono appoggiati 30 kg di sabbia con estrema lentezza, un granello alla volta, fino a raggiungere un nuovo stato di equilibrio termodinamico B. A questo punto a una parete del cilindro viene rimosso l'isolamento termico ed è istantaneamente messa in contatto perfetto con un termostato alla temperatura  $T_S=400 \text{ K}$ , lasciando che il sistema raggiunga un altro stato di equilibrio termodinamico C. Poi, a partire da questo stato, mantenendo ancora il gas in contatto termico con il termostato  $T_S$ , si toglie bruscamente dal tappo del cilindro la sabbia che era stata collocata precedentemente e, ancora una volta, si attende il raggiungimento di un altro nuovo stato di equilibrio D.
  - a) Quante moli di gas contiene il cilindro?
  - b) A che temperatura si porta il gas nello stato B?
  - c) Calcolare il calore scambiato, il lavoro svolto e la variazione di energia interna in tutte trasformazioni, specificando la natura di ciascuna di esse.
  - d) Calcolare la variazione di entropia del gas, dell'ambiente e dell'universo in tutte le trasformazioni.
  - e) Rappresentare la sequenza delle trasformazioni in diagrammi PV e TS.
- 2) Durante una freddissima e ventosa giornata invernale si osserva la crescita dello strato di ghiaccio di un laghetto. Il fenomeno viene modellizzato assumendo che l'aria esterna sia un termostato freddo a temperatura  $T_A$  che, tramite convezione molto rapida, sottrae calore dalla superficie ghiacciata del lago. Lo strato di ghiaccio già formato è trattato come uno spessore conduttivo omogeneo che connette termicamente l'acqua liquida sottostante con l'aria esterna che, come già detto, è sempre mantenuta alla temperatura del termostato freddo grazie alla veloce convezione. L'acqua del lago è a una temperatura maggiore di quella di congelamento, ma a contatto con il ghiaccio formato si può immaginare che ci sia uno strato sottile di acqua che è pressoché a  $T_F=0^\circ\text{C}$ . Quindi i termostati esterni allo strato di ghiaccio si possono pensare ben definiti alle temperature fissate  $T_A$  e  $T_F$ .
  - a) Scrivere esplicitamente il bilancio energetico tra flusso conduttivo (legge di Fourier stazionaria) e calore latente estratto dall'acqua che attraversa lo strato ghiacciato; indicato con  $y(t)$  lo spessore del ghiaccio al tempo  $t$  che ha il valore iniziale non nullo  $y_0 = y(t=0)$ , si ottenga l'espressione esplicita della legge oraria  $y(t)$ , in funzione dei parametri  $\rho$  (densità del ghiaccio),  $\lambda$  (calore latente di congelamento del ghiaccio),  $k$  (conducibilità termica del ghiaccio), della differenza  $T_A - T_F$  e, ovviamente, di  $y_0$  e di  $t$ .
  - b) Si conoscono questi dati: la temperatura dell'aria è  $T_A = -15^\circ\text{C}$ , l'acqua sottostante a contatto con il ghiaccio è, come già detto, a  $T_F = 0^\circ\text{C}$ ;  $\rho = 917 \text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda = 3.34 \times 10^5 \text{ J/kg}$ ,  $k = 2.2 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$  e nell'istante iniziale il ghiaccio ha uno spessore  $y_0 = 15 \text{ cm}$ . Calcolare l'ispessimento del ghiaccio dopo 6 h, 12 h e 24 h (non considerando o trascurando variazioni di temperatura esterna o di altre condizioni meteorologiche).
  - c) Che massa di ghiaccio si forma in una giornata (24h) se la superficie del laghetto è di  $350 \text{ m}^2$ ?
  - d) Riportare in grafico l'andamento quantitativo della velocità di formazione del ghiaccio durante l'intera giornata.

- 3) Attorno alla Luna orbita dal 2009 la sonda LRO (*Lunar Reconnaissance Orbiter*) che continua a scattare fotografie del suolo a elevata risoluzione. La traiettoria è circolare ed è situata a una quota dalla superficie di 50.0 km; il periodo di rotazione orbitale della sonda è pari a 113 minuti.
- Utilizzando solamente questi dati della sonda e sapendo inoltre che il raggio della Luna è 1740 km si calcoli il valore dell'accelerazione sul suolo lunare. Non si conosce la costante di gravitazione universale,  $G$ .
  - Nel febbraio del 1971 Alan Shepard, comandante della missione Apollo 14, che ci si creda o no, ha giocato a golf durante l'esplorazione del suolo lunare: si supponga che l'astronauta, per abitudine, abbia tirato la pallina con lo stesso angolo di elevazione rispetto il suolo che avrebbe usato a Terra. Sapendo anche che la velocità iniziale della pallina sia stata la stessa che gli aveva fatto raggiungere, sulla Terra, una gittata di 120 m, calcolare a che distanza dall'astronauta è arrivata la pallina da golf sulla Luna (usare  $g=9.8 \text{ m/s}^2$ ).
  - In che rapporto stanno i tempi del volo della pallina sulla Luna e sulla Terra?
  - Si immagini ora di conoscere anche la densità media della Luna,  $3350 \text{ kg/m}^3$ . Avendo questa ulteriore informazione si ottenga il valore della costante di gravitazione universale,  $G$ .

- 4) Su un pianale rigido e orizzontale è impernata un'asticella sottile non omogenea di lunghezza  $d$  e massa  $M$ . Un estremo dell'asta è vincolato nel punto A da una cerniera liscia che ne permette rotazioni in un piano perpendicolare al pianale. L'angolo  $\phi$  che l'asta può assumere è compreso tra  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Inizialmente l'asta è appoggiata al pavimento e tutto è immobile in un opportuno riferimento inerziale. A un dato istante, il pianale inizia a scendere verticalmente con un'accelerazione costante di modulo  $a$ , rivolta verso il basso.



Ci si ponga in un riferimento non inerziale solidale con il pianale durante il suo moto e si risponda alle seguenti domande:

- Sapendo che i momenti di inerzia dell'asticella per rotazioni attorno agli assi passanti per gli estremi A e B sono noti e pari a  $I_A$  e  $I_B$ , rispettivamente, ottenere un'espressione della distanza del centro di massa dell'asta dall'estremo A in funzione di  $M$ ,  $d$  e di  $I_A$  e  $I_B$ .
- Utilizzando come coordinata l'angolo  $\phi$ , con condizione iniziale  $\phi=0$ , si dica qual è l'inclinazione di equilibrio dell'asta a seconda che il modulo dell'accelerazione  $a$  sia minore, uguale o maggiore dell'accelerazione di gravità al suolo  $g$ .
- A partire dalla condizione iniziale (asta immobile orizzontale,  $\phi = 0$ ) si ottenga la sua velocità angolare massima attorno all'asse A esprimendo il risultato in funzione di  $M$ ,  $d$ ,  $a$ ,  $g$ ,  $I_A$ ,  $I_B$  e tracciare il grafico che rappresenta l'andamento della velocità angolare massima in funzione dell'accelerazione del pianale.
- Calcolare il periodo di oscillazione dell'asta attorno alla sua posizione di equilibrio (sempre durante il moto accelerato di discesa) nell'approssimazione di piccoli angoli.
- Se, durante questo moto di piccole oscillazioni, nell'istante in cui l'asticella attraversa la posizione di equilibrio il pianale smette improvvisamente di accelerare e continua a scendere con la velocità raggiunta, si descriva il moto che compie l'asta a partire da questo istante e si ottenga un'espressione della sua velocità di rotazione quando essa dovesse urtare il pavimento.
- Si ottengano i valori numerici delle risposte ai punti (a), (d), (e) sapendo che  $M=500 \text{ g}$ ,  $d=20\text{cm}$ ,  $I_A=10 \text{ m}^2\text{g}$ ,  $I_B=1.0 \text{ m}^2\text{g}$  e  $a=12 \text{ m/s}^2$ .