

## Cinematica del « punto materiale »<sup>(\*)</sup>

(\*) una cosa che ha estensione trascurabile in confronto ai suoi spostamenti.

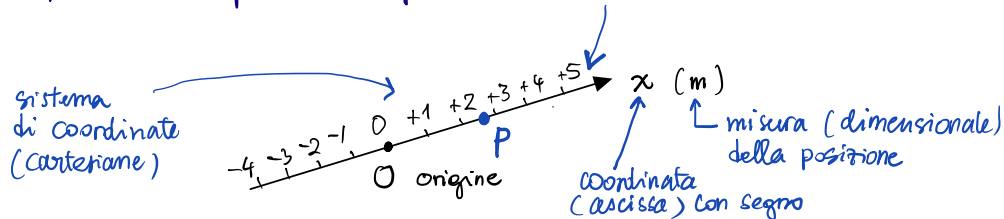
(Un transatlantico può essere considerato un punto purché non si debba fare manovra nel porto).

E' la descrizione matematica del movimento di oggetti senza interessarsi alle cause del moto (di cui si occupa la dinamica).

Serve determinare la posizione di un oggetto nello spazio e per farlo è necessario riferirsi a un altro oggetto.

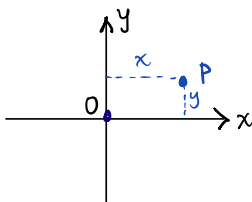
Poi interessa lo studio della posizione dell'oggetto in funzione del tempo, ovvero « come va a spasso ». Ovvero si vogliono determinare le « leggi orarie » della posizione del punto.

► Posizione di un punto P lungo una retta orientata



Questo è un primo esempio di sistema di riferimento in 1 dimensione: la posizione è rappresentata dalla coordinata x (un numero con segno) che dipende dall'origine O scelta sulla retta orientata.

► Posizione di un punto P nel piano o nello spazio in 2 dimensioni:

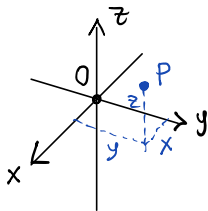


viene assegnata dalla coppia ordinata delle coordinate cartesiane rispetto agli assi  $Oxy$  e si scrive

$$P \equiv (x, y)$$

[anche qui le coordinate dipendono dall'origine O]

► Posizione di un punto P nello spazio tridimensionale:



viene assegnata da 3 coordinate cartesiane ordinate,

$$P \equiv (x, y, z).$$

Gli assi sono "destri" se disposti come nel disegno: si usano sempre terme "destr" in fisica.

► Ci sono molti sistemi di coordinate oltre a quello cartesiano, qualcuno verrà discusso in seguito.

Caso di traiettoria<sup>(\*)</sup> rettilinea

(\*) "forma" del movimento o luogo dei punti che l'oggetto percorre nel suo moto

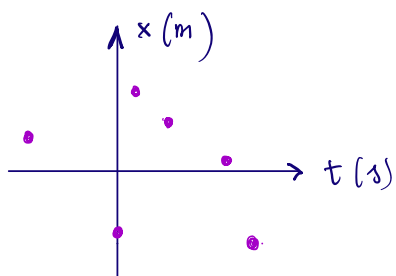
Si vuole studiare la legge oraria della posizione (coordinata)  $x(t)$

Equivale a costruire una « tabella » che assegna la  $x(t)$ , cioè la coordinata  $x$  in vari istanti di tempo  $t$ .

$t(s)$	$x(m)$
0	-1.8
0.5	2.1
1.2	1.4
3	0.2
-2.5	1.0
3.6	-2.0

Il tempo è una variabile "continua" che riporta le misure di un orologio con un istante di tempo « iniziale » ( $t=0$  secondi) di riferimento arbitrario.

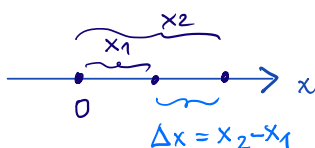
► Si può costruire una rappresentazione grafica della tabella  $x(t)$



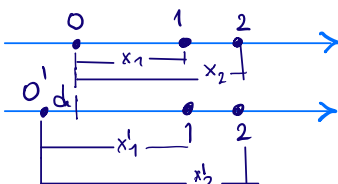
Questo grafico non riporta una traiettoria (che è rettilinea per costruzione) ma una « storia oraria ».

Non ha senso congiungere i punti perché a priori non si hanno informazioni sulle posizioni del punto in moto negli istanti intermedi di tempo!

► C'è l'idea importante di SPOSTAMENTO  $\Delta x$  [ovvero la "strada" o il "cammino" percorso fra due posizioni]:



NB<sub>1</sub>: lo spostamento  $\Delta x$  non dipende dall'origine delle coordinate:



$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1$$

$$x'_1 = x_1 + d$$

$$x'_2 = x_2 + d$$

$$\Rightarrow \Delta x' = \Delta x$$

NB<sub>2</sub>: lo spostamento ha un segno (positivo, « verso destra », negativo, « verso sinistra »).

Regole di trasformazione fra sistemi di riferimento verranno studiate fra un po'.

- I discorsi sulle rappresentazioni orarie e sulle proprietà cinematiche (del moto) di un punto in caso di una sola coordinata rappresentativa della posizione del punto stesso si possono (e devono) fare anche quando la traiettoria non è rettilinea ma curvilinea e comunque adeguata in qualche modo matematico che vedremo.



$s$  è un numero (con dimensione di lunghezza) con segno (positivo, se è nello stesso senso di orientazione della traiettoria, negativo altrimenti).

- Quindi si può ragionare su una « tabella oraria » - e sul grafico corrispondente - che assegna in funzione del tempo le posizioni del punto mobile lungo la traiettoria, ovvero si rappresenta e studia la legge (che può essere matematica - formale - o empirica)

$$s = s(t)$$

- Si parlerà di spostamento curvilineo  $\Delta s = s_2 - s_1$  esattamente nello stesso modo del caso rettilineo.

È necessario introdurre una misura rigorosa (e operativa) del « ritmo di percorrenza » di un dato percorso o cammino, ovvero si definisce l'idea di

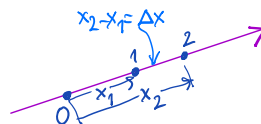
velocità (scalare) media

e lo si fa rapportando lo spostamento di un oggetto (punto materiale) all'intervallo temporale necessario per questo spostamento:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \quad (\text{traiettoria curvilinea})$$

ovvero

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (\text{traiettoria rettilinea})$$



La velocità ha dimensioni di lunghezza/tempo,  $[v_m] = [LT^{-1}]$  e nel SI si misura in m/s.

NB controllare sempre la consistenza e coerenza delle dimensioni.

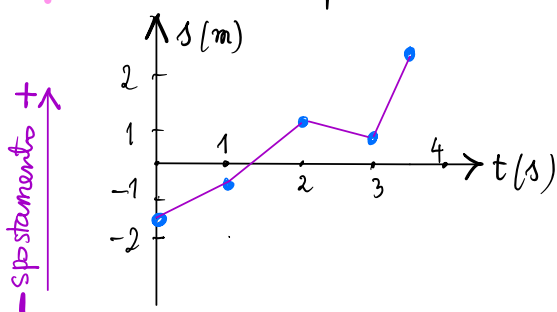
La tabella oraria (posizione-tempo) e il grafico associato sono particolarmente utili per la misura della velocità media:

$t(s)$	$s(m)$	$\Delta s(m)$	$v_m(m/s)$
0.0	-1.5	+1.0	+1.0
1.0	-0.5		
2.0	+1.2	+1.7	+1.7
3.0	+0.6		
4.0	+3.2	-0.6	-0.6
		+2.6	+2.6

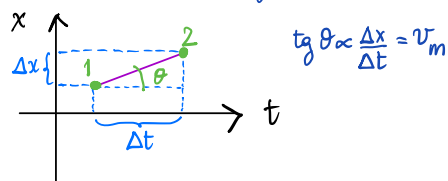
La velocità (media) ha un segno che è determinato unicamente dal segno dello spostamento (l'intervallo di tempo è sempre positivo).

La velocità media non misura (necessariamente) se un punto si sta muovendo oppure no essendo riferita a un intervallo finito di tempo.

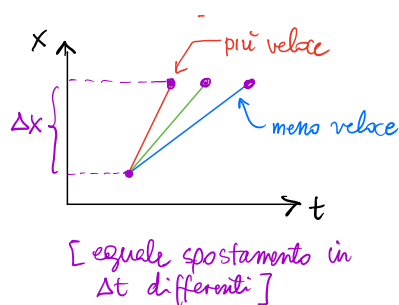
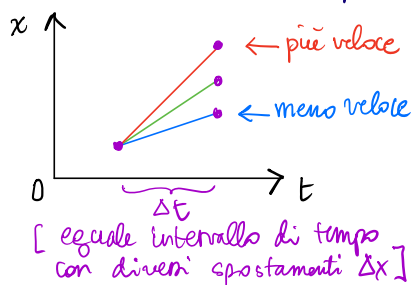
Rappresentazione grafica della velocità a partire dai segmenti che connettono i punti della tabella oraria



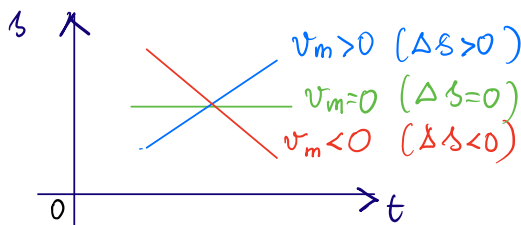
La definizione di  $v_m$  (ma anche il buon senso) ci dice che la velocità media è proporzionale alla pendenza dei segmenti:



Intuitivamente si osservano le dipendenze della pendenza e del segno della velocità media dai valori numerici degli spostamenti e dei corrispondenti intervalli di tempo:



NB come indicato, questi ragionamenti e considerazioni valgono sia per la coordinata cartesiana  $x$  che per quella curva  $s$ .



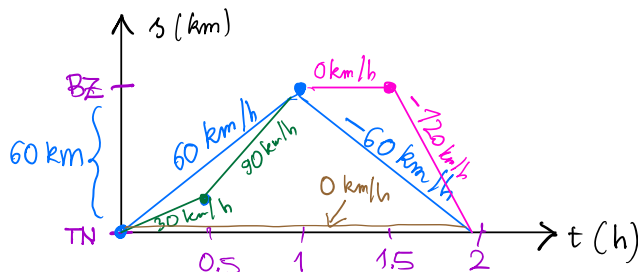
► Domanda ragionevole: cosa succede al punto e alle sue posizioni fra istanti distinti?

Risposta: non si sa, in generale (o si fa a finta di non saperlo).

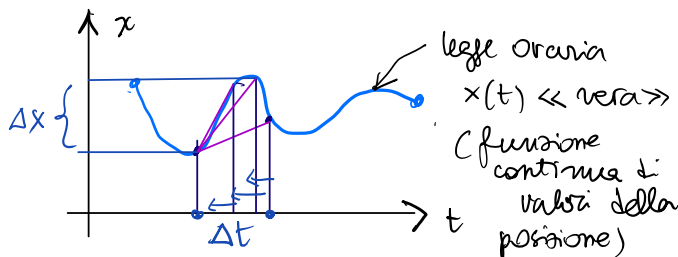
Si punta ad aumentare la « risoluzione temporale » per conoscere con crescente dettaglio la storia cinematica del punto. Facendo così si costruisce il passaggio dalla velocità (scalare) media a quella istantanea:

velocità (scalare) istantanea come misura della velocità del punto "adesso"

Si può arrivare con un caso di studio nel quale le informazioni orarie della posizione si infittiscono: esempio di un percorso da TN e BZ e ritorno.



NB i percorsi con più punti di misura (intervalli temporali più fitti) contengono maggiore informazioni e dettagli sul moto studiato.



Il dettaglio cresce per  $\Delta t$  decrescenti:  
la velocità istantanea (in un dato istante di tempo) si ottiene nel limite  $\Delta t \rightarrow 0$  della velocità media.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\text{oppure } \Delta x / \Delta t).$$

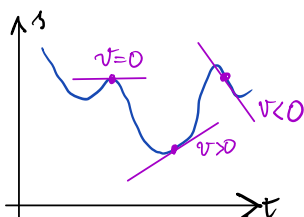
► Da un punto di vista matematico, formale,

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

↑  
si dice « x punto »

è la derivata nel tempo della legge (funzione) che esprime la dipendenza dal tempo della coordinata in esame.

Valgono quindi tutte le consuete proprietà del calcolo infinitesimale (come vedremo in seguito).



La velocità è numericamente la pendenza della retta tangente alla curva della coordinata  $s$  o  $x$  espressa come funzione del tempo.

$$v \propto \tan \theta = \dot{s}$$