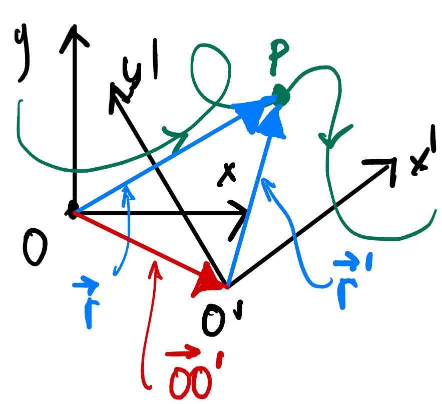
Ci interessa descrivere il moto di un punto considerando sistemi di riferimento (osservatori) anch'essi in moto relativo.

Si può partire dalle regole di trasformazione delle coordinate di un punto che si ottengono traslando/ruotando il sistema di riferimento – e facendo una «fotografia» della nuova descrizione del punto. Però qui ci interessa un «video» continuo di cosa succede alla cinematica del punto (coordinate, velocità e accelerazione) mentre il riferimento cambia.

I movimenti che consideriamo sono roto-traslazioni degli assi



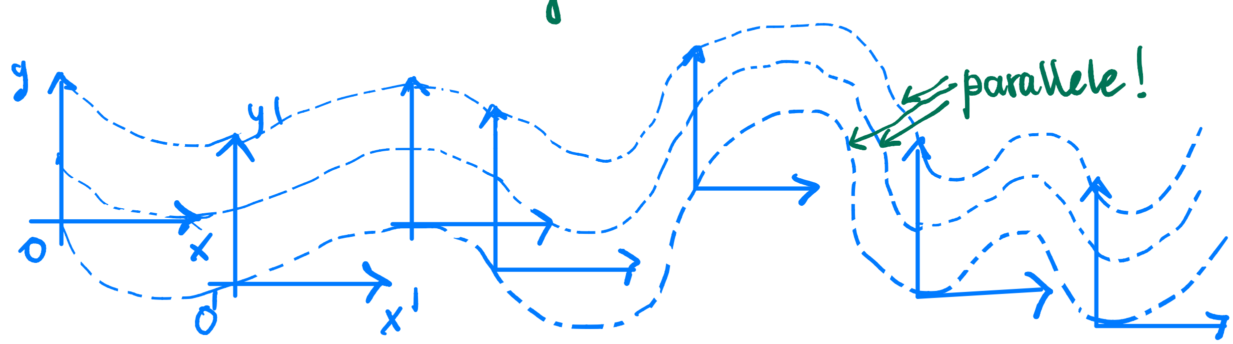
Quali sono le relazioni matematiche che collegano tra di loro

$$\vec{r}, \vec{r}' \,;\; \vec{v}, \vec{v}' \,;\; \vec{a}, \vec{a}' \quad ?$$

[si assume sempre che $t = t'$]

Relazione di partenza (e generale) $\boxed{\vec{r} = \vec{r}' + \vec{OO'}}$
da proiettare sugli assi Oxy e $O'x'y'$ per ottenere esplicitamente le trasformazioni delle componenti.

Iniziamo con il caso delle TRASLAZIONI dei riferimenti: l'orientazione relativa degli assi NON VARIA



Ogni punto fisso in $O'x'y'$ ha la stessa traiettoria vista da Oxy

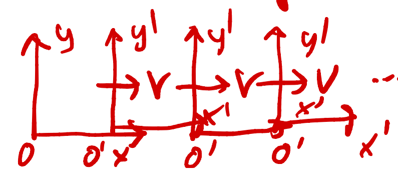
Si introducono velocità e accelerazione « di trascinamento » tra Oxy e O'x'y' secondo le

$$\vec r\,' = \vec r - \vec{OO'}\,;\quad \vec v\,' = \vec v - \vec V_{\vec{OO'}} \equiv \vec v - \vec V\,;\quad \vec a\,' = \vec a - \vec A_{\vec{OO'}} \equiv \vec a - \vec A$$

Queste relazioni andranno poi proiettate sugli assi.

Scriviamo subito il caso rilevante in seguito di accelerazione nulla di trascinamento, $\vec A = \vec 0$:

Per esempio



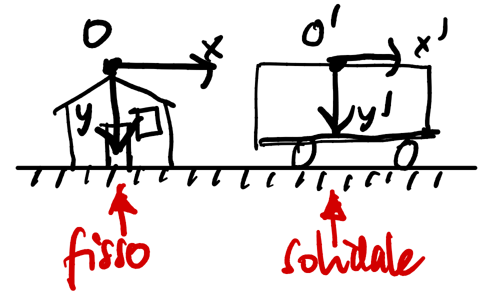
$$\vec r = \vec r - \vec V t\,;\quad \vec v\,' = \vec v - \vec V\,;\quad \vec a\,' = \vec a$$

Queste sono le « trasformazioni di Galilei »

$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \end{cases} \quad \begin{matrix} v_{x'} = v_x - V \\ v_{y'} = v_y \end{matrix} \quad \begin{matrix} a_{x'} = a_x \\ a_{y'} = a_y \end{matrix}$$

Esempio: oggetto che cade in un carrello in moto con $V_x =$ costante.

Riferimento Oxy fisso, O'x'y' solidale con il carrello, sovrapposti per $t = t' = 0$



Cosa si vede in Oxy (l'oggetto è lasciato cadere in $t=0$, $x=y=0$):

$$\begin{cases} x = Vt\,, & v_x = V\,, & a_x = 0 \\ y = \frac{1}{2} g t^2\,, & v_y = gt\,, & a_y = g \end{cases}$$

poi, essendo $\vec{OO'} = \vec V t$ con $\vec V \equiv (V, 0)$

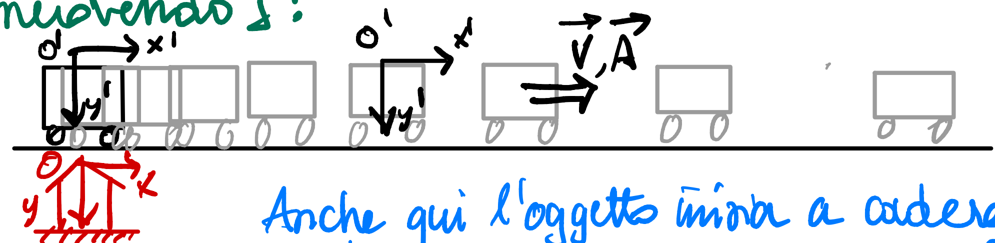
$$\begin{cases} x' = x - Vt = 0\,, & v_{x'} = v_x - V = 0\,, & a_{x'} = 0 \\ y' = y = \frac{1}{2} g t^2\,, & v_{y'} = v_y - 0 = gt\,, & a_{y'} = g \end{cases}$$

In Oxy la traiettoria è $y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g\, x^2/V^2$, una parabola.

In O'x'y' la traiettoria è la « retta » verticale con $x' = 0$. In realtà sono tutte <u>parabole</u>!

L'oggetto cade sempre nello stesso punto del carrello. Da tenere ben presente.

Nel caso di riferimenti in moto relativo rettilineo ma uniformemente accelerato la situazione è ben diversa: il carrello «non aspetta» o «non segue» l'oggetto che cade [e possiamo quindi essere certi che il carrello si stia muovendo]:



Anche qui l'oggetto inizia a cadere in $t'=t=0$ nell'origine comune dei due riferimenti

In Oxy si ha, detta V_0 la velocità del carrello in $t=0$,
$$\begin{cases} x = V_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2} \quad \text{(parabola)}$$

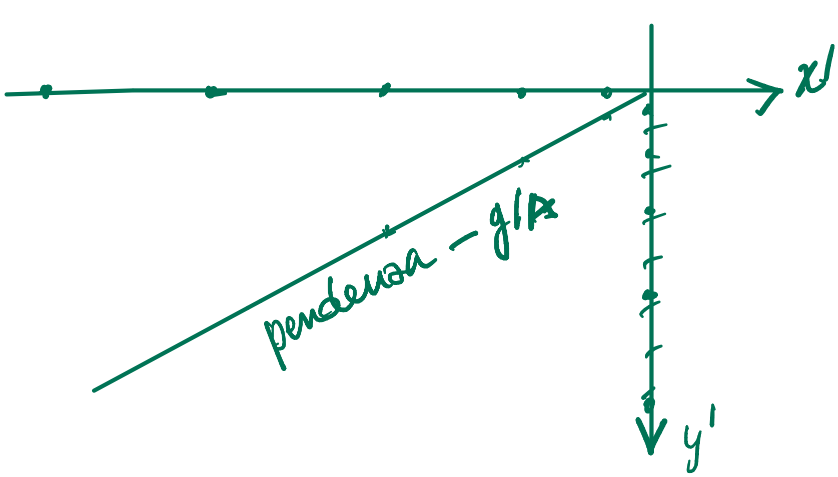
trasformazione tra i riferimenti:
$$\begin{cases} OO'_x = V_0 t + \frac{1}{2} A t^2 , & OO'_y = 0 \\ V_{OO'_x} = V_0 + At , & V_{OO'_y} = 0 \end{cases}$$

Quindi le coordinate dell'oggetto in caduta diventano

[in $O'x'y'$]
$$\begin{cases} x' = x - OO'_x = -\frac{1}{2} A t^2 \\ y' = y - OO'_y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow y' = -\frac{g}{A} x' \quad \text{(retta con pendenza } -g/A\text{)}$$

Inoltre
$$\begin{cases} v_{x'} = -At , & v_{y'} = gt \\ a_{x'} = -A , & a_{y'} = g \end{cases}$$

Traiettoria vista da $O'x'y'$



Notare che se $A \to 0$ la pendenza $\to \infty \Rightarrow$ torna la retta verticale del caso non accelerato.

Punto fondamentale: l'oggetto NON cade ai piedi del punto di distacco: si «vede» che c'è un moto (accelerato!)