Una classe molto importante di interazioni è quella che riguarda gli ATTRITI RADENTI / di CONTATTO

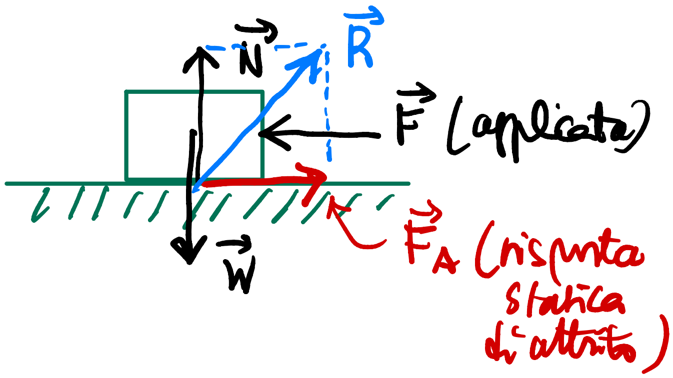
Sono forze molto complicate di origine (ovviamente) microscopica che compaiono al contatto di parti solide in eventuale moto relativo.

Si comincia con l'attrito radente STATICO – oggetti in contatto e in quiete che vengono sollecitati a slittare uno sull'altro senza che ciò accada

Si citano DUE leggi essenzialmente empiriche (Coulomb) che prevedono

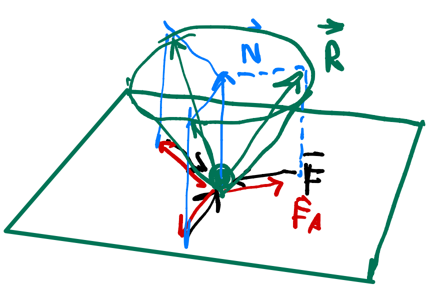
(a) l'attrito è indipendente dall'area di contatto;

(b) l'attrito ha un valore massimo che dipende in modo lineare dalla forza "premente" tra i corpi:



$\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_A$ è la reazione vincolare con attrito (statico) che non è più normale come nel caso di vincolo liscio.

In realtà l'attrito risponde in qualsiasi direzione e questo definisce un «cono di attrito» con direttrice $\vec{R}$



In condizioni statiche (cioè dove opera questo tipo di attrito) la forza statica è

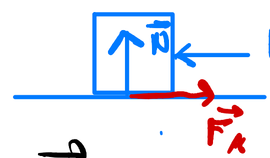
$$\vec{F}_A = -\vec{F}$$

ovvero la soluzione statica è banalmente

$$F_A = F$$

Si osserva che, per una data forza premente e una data coppia di materiali esiste un valore massimo che l'attrito statico può esprimere, superato il quale gli oggetti slittano uno rispetto l'altro:

$$F_{A,MAX} = \mu_s N$$

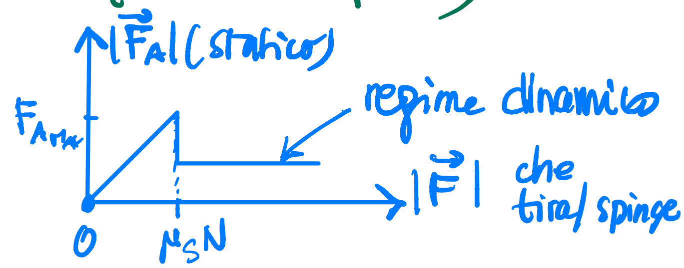


$|\vec F_A| = |\vec F| \le \mu_s |\vec N|$

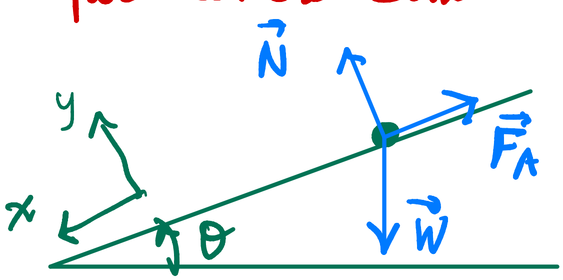
attenzione alla notazione: $\vec F_{A(MAX)}$ e $\vec N$ **non** sono vettori paralleli!

μ_s è il coefficiente di attrito statico (numero puro).

Succede qualcosa di questo tipo:



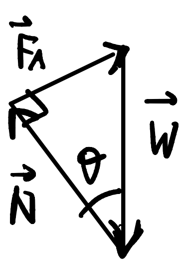
Si capisce bene come funziona su un piano a inclinazione che può essere cambiata.



Condizione statica (di equilibrio):

$$\vec F_A + \vec N + \vec W = \vec 0$$

che si può proiettare ma è anche un triangolo vettoriale



$\Rightarrow$ $W\cos\theta = N$, $W\sin\theta = F_A$ $\Rightarrow$ condizione di attrito mantenuto staticamente

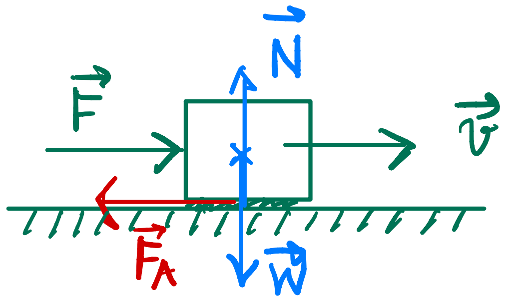
$$W\sin\theta \le \mu_s N = \mu_s W\cos\theta$$

$\Rightarrow$ $\mathrm{tg}\,\theta \le \mu_s$ che può essere — in linea di principio — usata per stimare / misurare μ_s

$[\theta_{MAX} = \mathrm{tg}^{-1}\mu_s]$

Quando si è vicini (dal "basso") all'angolo critico si è nella zona di «incipiente slittamento».

Se si supera θ_{MAX} si passa in regime di attrito [dinamico / cinetico



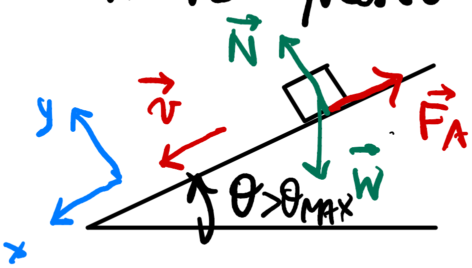
C'è attrito "dinamico" se gli oggetti scorrono uno sull'altro e vale la legge empirica

$$\vec F_A = -\mu_c |\vec N| \hat v \quad , \quad \mu_c < \mu_s \text{ (sempre)}$$

Massima attenzione ai vettori anche qui!

C'è una TERZA legge di Coulomb sugli attriti dinamici per la quale si esclude (approssimativamente) la dipendenza di $\vec F_A$ dal valore della velocità.

Sul piano inclinato, superato l'angolo critico θ_{MAX}, si ha questo diagramma di corpo libero:



$\Leftarrow$ NB SE slitta verso il basso!

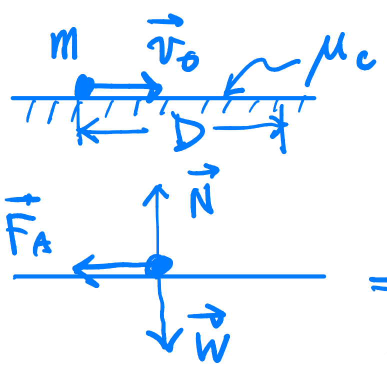
$$m\vec a = \vec N + \vec W + \vec F_A$$
$$ma = mg\sin\theta - \mu_c N$$
$$0 = N - mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow N = mg\cos\theta \Rightarrow ma = mg\sin\theta - \mu_c mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow a = g(\sin\theta - \mu_c\cos\theta)$$

NB $\vec F_A$ è noto nel caso cinetico, incognito in quello statico.

Esercizio della frenata con attrito radente

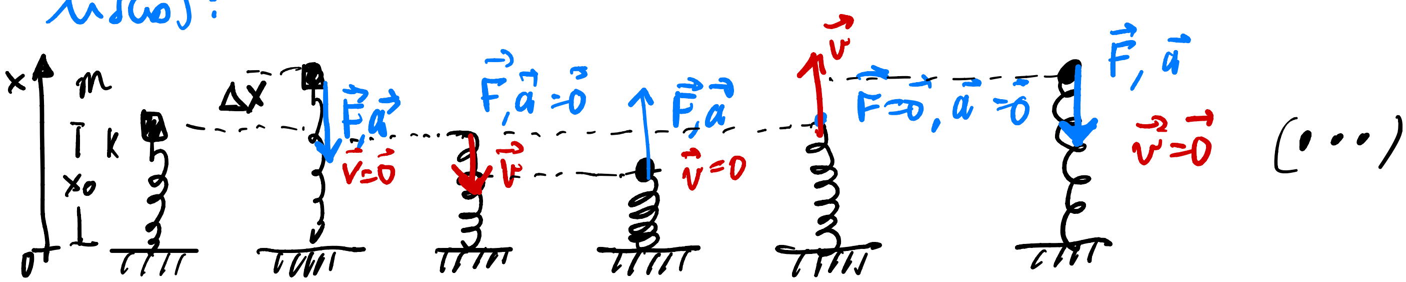


$$m\vec a = \vec F_A + \vec N + \vec W$$
$$ma = -\mu_c N$$
$$0 = N - mg$$
$$\Rightarrow N = mg$$
$$\Rightarrow a = -\mu_c g$$

$$\Rightarrow v = v_0 + at = v_0 - \mu_c g t$$
$$v = 0 \Leftrightarrow t = t_F = v_0 / \mu_c g$$
$$x = v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 = v_0 t - \tfrac{1}{2}\mu_c g t^2$$
$$D = x(t_F) = \frac{v_0^2}{2\mu_c g} \quad \left[\text{già ottenuto } v_0^2/2a\right]$$

Caso di studio molto importante di una forza posizionale di natura elastica (la stessa del modello di Hooke) che genera il moto detto $\boxed{\text{« oscillazione armonica »}}$

Racconto intuitivo (vista dall'alto, supporto orizzontale liscio):



Il moto "deve" ripetersi uguale a sé stesso. Usiamo esplicitamente l'equazione del moto:

$$\vec{F} = -k\,\Delta\vec{x} = m\vec{a} = m\ddot{\vec{x}} \underset{\text{lungo } x}{\Rightarrow} m\ddot{x} = -k\,\Delta x = -k\,(x - \underbrace{x_0}_{\text{lunghezza a riposo}})$$

che si scrive di solito come $\boxed{\ddot{x} = -\omega_0^2\,(x - x_0)}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ dim: $[T^{-1}]$!

equazione differenziale al II ordine LINEARE (I grado) in x a coefficienti costanti omogenea che si scrive ancora meglio:

$$\Delta\ddot{x} = -\omega_0^2\,\Delta x \qquad \left[\text{infatti } \Delta\ddot{x} = \frac{d^2}{dt^2}(x - x_0) = \ddot{x}\right]$$

È un'equazione che determinerà (eventualmente) l'incognita a meno di DUE costanti di integrazione (riconducibili ora vediamo a $x(t=0)$ e $\dot{x}(t=0)$, com'è tipico).

È tipico di questa classe di equazioni cercare prima una SOLUZIONE GENERALE che la soddisfa per poi fissare le due costanti per trovare la SOLUZIONE PARTICOLARE:

"Scommettiamo" che è una buona soluzione. Se lo è (basta provare) si dimostra che è anche UNICA

$$\Delta x = \Delta x(t) = \underset{\text{ampiezza}}{A} \sin(\overbrace{\underset{\text{pulsazione}}{\omega} t + \underset{\text{fase iniziale}}{\phi}}^{\text{FASE}})$$

pulsazione: viene fissata dalla fisica

dobbiamo vedere se è soluzione della $\Delta\ddot{x} = -\omega_0^2 \Delta x$

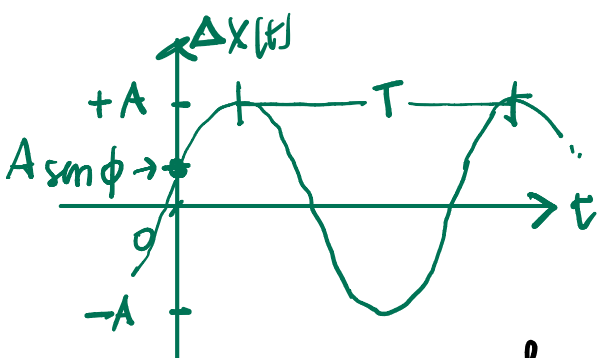
$$\Rightarrow \quad \Delta x = A\sin(\omega t + \phi)$$
$$\Delta\dot{x} = \omega A\cos(\omega t + \phi)$$
$$\Delta\ddot{x} = -\omega^2 A\sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 \Delta x$$

$\Rightarrow$ è soluzione PUR DI PRENDERE $\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\Rightarrow \quad x(t) = \underset{\text{a riposo}}{x_0} + A\sin(\omega_0 t + \phi) \quad \text{[soluzione generale]}$$

con A, ϕ da determinare per rendere PARTICOLARE la soluzione generale.

i ruoli di ω_0, A e ϕ nell'andamento di x:



NB per definizione di periodo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\left[\text{e } \nu = 1/T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{k/m}\right]$$

che quindi dipende solo dalla "parte fisica" del problema, cioè da k e .

Per fissare le condizioni iniziali (per esempio) $x(t=0) = x_i$, $v(t=0) = v_i$

$$\Rightarrow \quad \left.\begin{array}{l} x(0) = x_0 + A\sin(\omega_0 \cdot 0 + \phi) = x_0 + A\sin\phi = x_i \\ v(0) = \dot{x}(0) = \omega_0 A\cos(\omega_0 \cdot 0 + \phi) = \omega_0 A\cos\phi = v_i \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} A\sin\phi = x_i - x_0 \\ A\cos\phi = v_i/\omega_0 \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \operatorname{tg}\phi = \omega_0 \cdot \frac{x_i - x_0}{v_i}; \quad A = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + \frac{v_i^2}{\omega_0^2}}$$

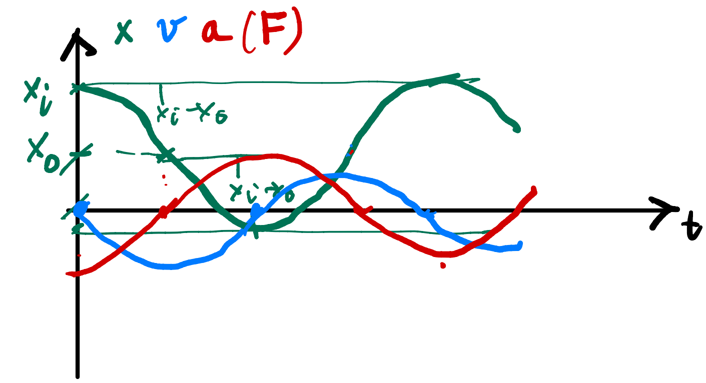
← controllare le DIMENSIONI!

NB x_i, v_i sono condizioni particolari $[x(0), \dot{x}(0)]$

x_0, ω_0 sono condizioni generali

Se, per esempio $x_i \neq 0$ è assegnato e $v_i = 0$ $\Rightarrow$

$$tg\phi = \infty, \quad \phi = \pi/2; \quad A = |x_i - x_0|$$



$\Rightarrow$

$$x(t) = x_0 + |x_i - x_0| \cos \omega_0 t$$
$$v(t) = -\omega_0 |x_i - x_0| \sin \omega_0 t$$
$$a(t) = -\omega_0^2 |x_i - x_0| \cos \omega_0 t$$