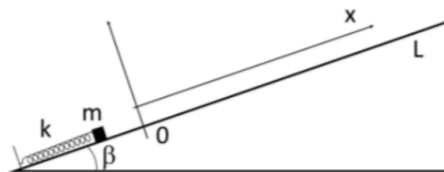


Si consideri un corpo di massa totale M distribuita uniformemente (densità ρ) su un anello di raggio R e sezione L^2 , con $L \ll R$. Una massa di prova m si trova sull'asse di simmetria dell'anello.

- a) Scrivere l'espressione del potenziale gravitazionale generato dalla sorgente in funzione della posizione sull'asse di simmetria e disegnarne il grafico.
- b) Studiare il moto della massa m e determinare il periodo nel caso di piccole oscillazioni.

Una molla di costante elastica k è vincolata su un piano inclinato di un angolo β rispetto all'orizzontale. La molla può essere compressa parallelamente al piano. L'estremità libera della molla si trova in $x = 0$ se scarica ed a distanza L dalla cima del piano. Una massa puntiforme m viene appoggiata sulla molla e la comprime.



- a) Determinare la posizione di equilibrio.
- b) Di quanto va compressa la molla affinché la massa arrivi in cima al piano inclinato in assenza di attrito?
- c) Si consideri ora un attrito radente nel tratto $0-L$, con coefficiente di attrito μ . Qual è la nuova compressione necessaria per raggiungere la cima?

Un piccolo magnete di massa $m = 50$ g è vincolato a muoversi lungo una guida unidimensionale orizzontale liscia, senza poter ruotare su sé stesso. All'estremo sinistro della guida è fissato un altro magnete. I due magneti hanno le loro polarità orientate in modo tale da respingersi con una forza $F_m = A/x^4$, con $A = 10^{-5} \text{ Nm}^4$, essendo x la distanza tra l'estremo della guida e il magnete libero, preso come puntiforme. I due magneti sono collegati tramite una molla di costante elastica $k = 77$ N/m e lunghezza a riposo trascurabile.



- Determinare la posizione di equilibrio x_0 del magnete nella guida.
- Scrivere l'espressione dell'energia potenziale del magnete in funzione di x e calcolarne il valore $U(x_0)$. Rappresentare la funzione $U(x)$ in un grafico e determinare la frequenza delle piccole oscillazioni del magnete attorno a x_0 .
- Determinare la quantità di moto massima raggiunta dal magnete nel caso parta da fermo in $x_1 = x_0 - \Delta x$, con $\Delta x = 10$ mm. Come cambia la quantità di moto massima nel caso in cui il magnete parta da fermo in $x_2 = x_0 + \Delta x$?
- Supponendo che tra il magnete mobile e la superficie inferiore della guida ci sia attrito, quale dev'essere il minimo coefficiente d'attrito statico μ_s per poter mantenere il magnete in equilibrio in x_1 ?
- Si rimuova la molla e si aggiunga invece, all'estremo destro della guida, un altro magnete fisso, identico a quello già presente all'estremo sinistro, con orientazione tale da respingere anch'esso il magnete centrale libero. La lunghezza della guida sia $L = 10$ cm. Disegnare il profilo dell'energia potenziale del magnete mobile in funzione di x ; dimostrare che il nuovo punto di equilibrio x_0 coincide con il centro della guida.
- Supponiamo che la guida ruoti con velocità angolare Ω attorno ad un asse verticale passante per il suo centro. Determinare il valore critico di Ω oltre il quale la posizione di equilibrio stabile del magnete non è più il centro della guida, e disegnare qualitativamente la funzione $U(x)$ per valori di Ω maggiori del valore critico.

Può essere utile ricordare che lo sviluppo in serie al secondo ordine di una funzione $f(x)$ attorno ad un punto stazionario x_0 è:

$$f(x) \simeq f(x_0) + (1/2)(d^2 f/dx^2)_{x_0}(x - x_0)^2.$$

