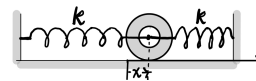


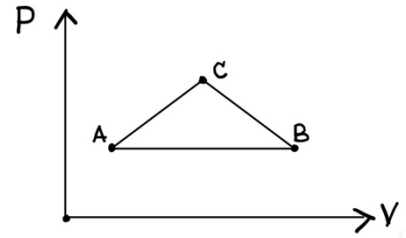
CORSO di FISICA GENERALE I – compito scritto – 13 febbraio 2026

- 1) Un cilindro cavo è appoggiato a un piano orizzontale ruvido: ci sono due molle elastiche ideali uguali di costante k collegate all'asse del cilindro e fissate a dei supporti laterali bloccati che le mantengono sempre parallele al piano. L'attrito con il cilindro è sempre tale da consentirne il moto di rotolamento puro. Il cilindro ha massa m e raggio esterno R e ha spessore finito $d=R/2$. Non ci sono attriti con l'aria e tutto il sistema va descritto in un riferimento inerziale opportuno.



- a) Dimostrare, sapendo che il momento di inerzia di un cilindro pieno di raggio R e massa M attorno all'asse di simmetria è $MR^2/2$, che il raggio giratore del cilindro cavo di questo problema attorno all'asse di simmetria è dato da $\sqrt{5/8}R$.
- b) Scrivere l'equazione di moto del cilindro immaginando che esso venga spostato dalla posizione iniziale nella quale le due molle sono a riposo e la coordinata orizzontale del centro di massa è nulla, $x=0$; dimostrare che la soluzione generale per il moto del cilindro è armonica e determinarne la pulsazione **in funzione di k e di m** .
- c) Dimostrare che è possibile determinare la soluzione dell'equazione del moto utilizzando come polo per l'applicazione della II equazione cardinale il punto di contatto istantaneo tra cilindro e pavimento.
- d) Si sa che nell'istante iniziale il cilindro viene messo in moto a partire dall'origine della coordinata $x=0$ con velocità iniziale orizzontale del centro di massa v_i (e la condizione di rotolamento puro è sempre presente). Ottenere un'espressione per la legge oraria della forza di attrito statica **in funzione di v_i , k , m** e disegnarla in un grafico quantitativo assieme gli andamenti orari dell'accelerazione angolare del cilindro e della velocità del suo centro di massa sapendo che $k=6 \text{ N/m}$, $v_i=4.0 \text{ cm/s}$, $m=35 \text{ g}$, $R=5.0 \text{ cm}$.
- e) Determinare se l'energia meccanica del sistema è costante nel tempo ed eventualmente calcolarne il valore numerico.
- f) A partire dalle condizioni di moto espresse al punto (d), qual è il valore minimo del coefficiente di attrito statico che assicura il rotolamento puro del cilindro durante tutta la sua oscillazione?
- 2) Nel 1957 i sovietici avevano messo in orbita terrestre il primo satellite artificiale della storia, lo "Sputnik I". La sua orbita era ellittica, con quota del perigeo (minima distanza dalla superficie della Terra) $h_p=228 \text{ km}$ e apogeo (massima distanza) di $h_a=947 \text{ km}$. Il satellite era soggetto alla sola forza gravitazionale newtoniana di origine terrestre. La Terra è in questo problema una sfera di raggio pari a 6370 km e lo Sputnik va immaginato come puntiforme e di massa ovviamente trascurabile rispetto a quella terrestre. Non si tiene conto degli effetti gravitazionali di altri corpi (Sole e Luna). Si conosce anche il valore del "parametro gravitazionale" della Terra, ovvero della grandezza $\mu=GM_{\text{Terra}}=3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3\text{s}^{-2}$. Considerando la natura conservativa e centrale della forza newtoniana di gravitazione e indicando con r_A e r_P i valori radiali (distanza dal centro della Terra) del perigeo e dell'apogeo del satellite, risolvere i seguenti punti.
- a) Esprimere le velocità del satellite al perigeo e all'apogeo **in funzione di μ , r_A , r_P** e calcolare i loro valori numerici.
- b) Calcolare il valore dell'energia specifica dell'orbita dello Sputnik (ovvero l'energia per massa unitaria) e discuterne il segno.
- c) Ricavare un'espressione per il modulo della velocità del satellite **in funzione della sua distanza generica r dal centro della Terra e delle grandezze r_A , r_P e μ** .
- d) Ottenere, ancora **in funzione delle grandezze r_A , r_P e μ** , il momento angolare "specifico" del satellite (cioè per unità di massa) rispetto il centro della Terra. Si può mettere il risultato in relazione con la II legge di Kepler (velocità di area "spazzata" dal satellite)?
- e) Supponendo che i sovietici avessero deciso di rendere circolare l'orbita dello Sputnik nel momento in cui si trovava all'apogeo e per farlo avessero utilizzato una forza impulsiva di brevissima durata, determinare la direzione che questa forza avrebbe dovuto avere e di quanto sarebbe dovuta cambiare la velocità del satellite per immergerlo in questa nuova orbita.

- 3) Si consideri il ciclo termodinamico raffigurato. In esso una certa quantità di gas ideale biatomico compie trasformazioni reversibili nelle quali la relazione tra pressione e volume è lineare. Il ciclo è tale che nel vertice C del triangolo isoscele che lo rappresenta la temperatura ha il valore massimo. Il rapporto tra la pressione massima e quella minima del gas è indicato con Π . **Si assuma che i calori scambiati lungo i lati obliqui mantengano costantemente lo stesso segno.**



- Si supponga che in un primo caso il ciclo venga percorso in senso antiorario. Ottenere il coefficiente di prestazione COP_Δ di questo frigorifero **esprimendo il risultato solamente in funzione di Π .**
- Si immagini poi di invertire il verso di percorrenza del ciclo ottenendo quindi una macchina che produce lavoro. Dopo aver ricavato la relazione generale che collega il COP di un qualunque frigorifero e il rendimento η della corrispondente macchina inversa (ovvero che assorbe esattamente quello che il frigorifero cede e viceversa) si ottenga, a partire esclusivamente dal risultato del punto precedente, l'espressione dell'efficienza η_Δ della macchina "triangolare", ancora **in funzione solamente di Π .**
- Quanto valgono COP_Δ ed η_Δ di questo ciclo per $\Pi=1.2$?
- Se poi si sa che il rapporto tra il massimo e il minimo volume del gas nel ciclo $\Phi = V_B/V_A$ è pari a 1.4 (e ancora $\Pi=1.2$), quali sono i valori numerici del $\text{COP}_{\text{Carnot}}$ e di η_{Carnot} per le macchine di Carnot operanti tra le temperature estreme del ciclo triangolare? Discutere i risultati di questi due punti alla luce del teorema di Carnot.
- Calcolare numericamente le variazioni di entropia lungo le tre trasformazioni del triangolo (nei due possibili versi di percorrenza qui considerati) e la variazione totale di entropia sapendo che il ciclo è realizzato da $n=2$ moli di gas ideale biatomico (porre ancora $\Pi=1.2$ e $\Phi=1.4$, come nel punto precedente). Usare $R=8.31 \text{ J/(mol K)}$.